Особенности проектирования кварцевых резонаторов с улучшенными спектральными характеристиками

Олег ФИЛИМОНОВ

С помощью коэффициента отражения выводится общее уравнение для так называемых захваченных частот. Решение этого уравнения позволяет найти их значение в зависимости от толщины и размера электрода для изотропной модели бесконечно большой плоской пластины с полубесконечным электродом.

Для бесконечно большой плоской пластины без электрода резонансные явления возможны только при распространении волны нормально относительно главных поверхностей пластины. В этом случае волновой вектор K имеет единственную компоненту, нормальную поверхностям, и его значение определяется выражением $K_y = n\pi/s$, где s — толщина пластины; $n = 1, 3, 5\ldots$ — порядок колебания. Модуль волнового вектора $K = \omega/C$, где C — скорость распространения волны, $\omega = 2\pi f$. При этом резонансная частота f определяется как $f_{n00} = nN/s$, где N — частотный коэффициент и $N = C/2$. Единственный размер, который определял резонансную частоту, — это s, и стоячая волна может быть только в направлении толщины (индекс n), в других направлениях стоячей волны нет (индекс 0).

Рассмотрим теперь случай, где предложена бесконечно большая пластина, на которую нанесен бесконечно длинный (полубесконечный) электрод шириной 2a. Для удобства дальнейшего изложения вместо реального электрода будем рассматривать утолщение основной пластины в области электрода, обеспечивающее такую же частоту, как при нанесенном электроде. В этом случае есть две области с разной толщиной: s_2 — область, свободная от электрода, и электродная область с толщиной s_1. Кроме того, появился дополнительный размер, описывающий электродную область, — это ее ширина 2a. В данной задаче волновой вектор имеет две компоненты. Одна, как и ранее, направлена нормально поверхностям пластины K_y, другая, K_x, направлена поперек утолщения (двухмерная задача). Компоненты волнового вектора связаны с модулем волнового вектора соотношением $K^2 = K_x^2+K_y^2$, откуда следует: $K_x = \sqrt{K^2-K_y^2}$. Здесь возможны два варианта: $K_y < K$, тогда волна имеет две действительные компоненты K_y и K_x и распространяется между плоскостями без затухания, и второй вариант $K_y > K$. В этом случае компонента K_x становится мнимой величиной и волна в направлении X становится затухающей. Для нашей модели значения K_y в разных областях пластины различны, так как $s_1 > s_2$ и, следовательно, $K_{y1} < K_{y2}$. Различны и резонансные частоты (вида f_{n00}) для этих областей, которые определяются выражением $f = nN/s$. Эти частоты далее будем называть граничными и обозначать $f_{гр}$ ($f_{гр1}$ — под электродом, $f_{гр2}$ — за электродом), причем $f_{гр1} < f_{гр2}$. Таким образом, есть диапазон частот между граничными частотами $f_{гр1} < f < f_{гр2}$, в котором волна будет распространяться без затухания в области утолщения пластины и затухать за пределами этой области, поскольку компонента волнового вектора K_{x1} — действительная величина, а K_{x2} — мнимая величина. Волна, распространяясь в области утолщения на границе со второй областью, испытывает отражение. Коэффициент отражения для нашей модели запишем в виде:

$$R_{12} = (C_1-C_2)/(C_1+C_2). \qquad (1)$$

Здесь речь идет о компонентах скоростей в направлении X. Это выражение может быть преобразовано к виду:

$$R_{12} = -(1-(K_{x2}/K_{x1}))/(1+(K_{x2}/K_{x1})). \qquad (2)$$

Поскольку компонента $K_{x2} = i|K_{x2}|$ — мнимая величина, то выражение (2) — комплексная величина, модуль которой равен 1, а фаза (-2Ψ), где $\Psi = \mathrm{arctg}(|K_{x2}|/K_{x1})$, причем $|K_{x2}| = \sqrt{K_{y2}^2-K^2}$. В результате выражение (2) примет вид:

$$R_{12} = -\exp(-i2\Psi) = \exp i(\pi-2\Psi). \qquad (3)$$

Теперь частотное уравнение с учетом (3) будет иметь вид $4aK_{x1}+2\pi-4\Psi = 2\pi m$; и окончательно:

$$aK_{x1} = \pi/2(m-1)+\Psi, \qquad (4)$$

где $m = 1, 2, 3, 4, 5\ldots$ — индекс резонансной частоты, полученной при решении уравнения (4). Так, $m = 1$ для основного колебания f_{n10} с порядком колебания n. В результате решения уравнения (4) могут быть получены значения резонансных частот вида f_{nm0}. Обычно предполагается, что резонансные частоты с четными значениями индекса m в спектре не проявляются из-за взаимной компенсации зарядов, однако для захваченных колебаний полная компенсация зарядов возможна только при значениях $\Psi = \pi/2$, что практически не выполняется и, следовательно, в спектре они всегда присутствуют.

При $m = 1$ уравнение принимает известный вид $aK_{x1} = \mathrm{arctg}(K_{x2}/K_{x1})$ уравнения захвата энергии, представленный, например, в работе [1], и с его помощью можно было найти частоту основного колебания. Это уравнение является частным случаем уравнения (4), с помощью которого могут быть найдены частоты всех захваченных колебаний, то есть колебаний, чья частота попадает в диапазон между граничными частотами. Решения уравнения (4) существуют только в области частот между двумя граничными частотами. Количество решений определяется размерами электрода — его шириной, высотой выступа и толщиной пластины, от которых зависит частотный диапазон захваченных колебаний. Для рассмотренной модели других резонансных частот, кроме захваченных, не существует. Для практических расчетов и анализа элементов конструкции удобнее использовать другое приближенное и упрощенное уравнение:

$$\frac{an\pi}{s_1}\sqrt{2\frac{f-f_{\text{гр}1}}{f_{\text{гр}1}}}=$$

$$=\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{f_{\text{гр}2}-f}{f-f_{\text{гр}1}}}+\frac{\pi}{2}(m-1). \qquad (5)$$

Для основного колебания (f_{n10}), то есть $m = 1$, решение уравнения существует практически при любых размерах электродного покрытия, а для значений $m > 1$ решения возможны только при определенных соотношениях ширины и толщины электрода. Так, для колебания f_{n20} произведение aK_{x1} должно быть больше $\pi/2$, а для колебания f_{n30} больше π и т.д., и условия отсутствия захваченных колебаний f_{nm0} могут быть получены из этих соображений. Действительно, из уравнения (4) следует, что существование колебания f_{n20} возможно в том случае, если правая часть уравнения больше $\pi/2$, отсюда получаем наибольшую величину разности граничных частот, при которой этого типа колебания еще нет, и тем более нет и остальных колебаний, поскольку не выполняются условия захвата колебания. Величину этой разности, а в общем случае и разности, при которой конкретное колебание f_{nm0} не будет захвачено, можно получить из выражения:

$$\Delta f=\frac{1}{2}\left[\frac{(m-1)s}{2an}\right]^2 f_{\text{гр}1}. \qquad (6)$$

Из выражения (6) следует, что для основного колебания ($m = 1$) условие «незахвата» реализуется при $\Delta f = 0$, то есть при отсутствии электрода. Для основного колебания f_{n10}, частота которого находится между $f_{\text{гр}1}$ и $f_{\text{гр}2}$, важной характеристикой является степень приближения ее к $f_{\text{гр}1}$, то есть разность f_{n10}–$f_{\text{гр}1}$. Наиболее сильно эта разность зависит от отношения an/s, увеличение которого приводит к уменьшению разности f_{n10}–$f_{\text{гр}1}$, а также к уменьшению отношения $(f_{n10}–f_{\text{гр}1})/(f_{\text{гр}2}–f_{\text{гр}1})$. Влияние толщины электрода на эту разность менее заметно, причем повышение толщины всегда увеличивает эту разность, хотя одновременно уменьшает отношение $(f_{n10}–f_{\text{гр}1})/(f_{\text{гр}2}–f_{\text{гр}1})$.

Обычно под припуском понимают разность частот кристаллического элемента (пластины без электрода) и пластины с электродом (пьезоэлемента). Для нашей модели припуск — это разность частот $f_{\text{гр}2}$–f_{n10}. Важно помнить, что резонансная частота f_{n10} для ограниченного электрода всегда больше нижней граничной частоты (f_{n00}), а понижение частоты при нанесении ограниченного электрода меньше разности граничных частот. Ошибочно предположение, что нижняя граничная частота является номинальной частотой, и так как между ними существует разность, то, чтобы резонансная частота соответствовала номинальной, необходимо компенсировать эту разность, понижая нижнюю граничную частоту на необходимую величину. Поскольку толщина электрода определяется разностью граничных частот, она всегда будет больше, чем толщина, при расчете которой использовали припуск на металлизацию, заложенный в документации. Для правильного расчета толщины электрода надо сначала найти нижнюю граничную частоту, в противном случае всегда будет существовать разница, определяемая параметрами электрода резонатора и датчика. С помощью уравнений (4) или (5) эта разница может быть учтена.

В качестве примера приведем результаты расчета разности частот f_{110}–$f_{\text{гр}1}$, полученные с помощью уравнения (5) для частоты 10 МГц с различными значениями ширины электрода 2а и различными значениями разности граничных частот, которая определяет толщину электродного покрытия, $f_{\text{гр}2}$–$f_{\text{гр}1}$.

Из приведенных в таблице 1 результатов следует, что величина разности уменьшается при увеличении размера электрода и возрастает с увеличением его толщины, а отношение убывает при увеличении как размера, так и толщины электрода. Величина полученной разности частот показывает, насколько меньше реальное понижение частоты и насколько надо увеличить разность граничных частот (увеличить толщину электрода), чтобы получить заданное понижение частоты (припуск), а также каков процент ошибки при расчете припуска без учета эффекта захвата. Так как при напылении в качестве датчика используется пьезоэлемент, на который происходит многократное напыление электрода, при расчете необходимо учитывать количество уже нанесенного металла.

Из таблицы 1 видно, что при допылении одинаковых порций металла понижение частоты разное, в зависимости от уже нанесенного слоя. Кроме того, разность f_{n10}–$f_{\text{гр}1}$ будет сильно уменьшаться при возрастании n, и для датчика такое уменьшение позволит даже при первых напылениях получать более точное нанесение необходимой толщины напыляемого слоя. Увеличение частоты за счет использования гармонических колебаний тоже повысит точность напыления.

В таблице 2 приведены значения разности ($f_{\text{гр}2}$–$f_{\text{гр}1}$), необходимые для реализации заданных в документации понижений частоты (припуска по частоте) $f_{\text{гр}2}$–f_{110} = 100, 150, 200 кГц для тех же размеров электрода и той же частоты 10 МГц, что и в примере, рассмотренном выше (табл. 1).

Итак, нижняя граничная частота никогда не совпадает с номинальной частотой, и поэтому реальная толщина электрода всегда больше, чем та, для которой проведен расчет, а разность граничных частот всегда больше заложенного в документации припуска, и это обстоятельство необходимо учитывать в технологической документации.

С помощью уравнения (5) для нежелательного колебания типа f_{120} найдены значения f_{120}–$f_{\text{гр}1}$ для тех же значений разностей граничных частот и тех же размеров электрода 2а, что и в таблице 1.

Далее с помощью уравнения (5) для тех же толщин электродного покрытия и ширины электрода 2а, были найдены разности (f_{130}–$f_{\text{гр}1}$), кГц, для нежелательного колебания типа f_{130}, результаты приведены в таблице 4. Отсутствие колебания f_{130} в случае 2а = 2 мм при разности граничных частот 100 кГц закономерно, так как оно появится только при ее увеличении свыше 139 кГц. Из таблиц 3 и 4 видно, что для колебаний f_{120} и f_{130} существуют те же закономерности, что и для f_{110}. В наибольшей степени разность частот f_{120}–$f_{\text{гр}1}$ и f_{130}–$f_{\text{гр}1}$ зависит от отношения (an/s) и меньше от разности граничных частот.

Итак, для нашей модели частотный спектр в зависимости от размера 2а и толщины электрода может состоять из одного основного колебания (f_{n10}) или нескольких колебаний. Количество захваченных нежелательных ко-

Таблица 1. Разность частот (f_{110}–$f_{\text{гр}1}$), кГц, и процентное отношение $(f_{110}–f_{\text{гр}1})/(f_{\text{гр}2}–f_{\text{гр}1})$ в зависимости от ширины электрода 2а и разности граничных частот ($f_{\text{гр}2}$–$f_{\text{гр}10}$)

$f_{\text{гр}2}$–$f_{\text{гр}1}$, кГц / 2а, мм	2	3	4
100	18,03 (18%)	9,8 (9,8%)	6,15 (6,15%)
150	20,1 (13,4%)	10,6 (7,1%)	6,5 (4,3%)
200	21,5 (10,75%)	11,1 (5,6%)	6,75 (3,4%)
250	22,5 (9%)	11,47 (4,6%)	6,93 (2,8%)
300	23,3 (7,77%)	11,75 (3,9%)	7,05 (2,4%)

Таблица 2. Значения разности ($f_{\text{гр}2}$–$f_{\text{гр}1}$), кГц, необходимые для получения заданных значений припуска частоты ($f_{\text{гр}2}$–f_{110}) при разных значениях 2а

$f_{\text{гр}2}$–f_{110}, кГц, заданный припуск	2а = 2 мм	2а = 3 мм	2а = 4 мм
100	118	110	106,2
150	170,1	160,7	156,55
200	222	211,2	206,77

Таблица 3. Разность частот (f_{120}–$f_{\text{гр}1}$), кГц, в зависимости от размера электрода 2а и разности граничных частот ($f_{\text{гр}2}$–$f_{\text{гр}1}$)

$f_{\text{гр}2}$–$f_{\text{гр}1}$, кГц / 2а, мм	2	3	4
100	67	38,3	24,25
150	77,1	41,8	25,88
200	83,65	44	26,9
250	88,3	45,55	27,6
300	91,85	46,8	28,15

Таблица 4. Разность частот (f_{130}–$f_{\text{гр}1}$), кГц, в зависимости от размера электрода «2а» и разности граничных частот ($f_{\text{гр}2}$–$f_{\text{гр}1}$)

$f_{\text{гр}2}$–$f_{\text{гр}1}$, кГц / 2а, мм	2	3	4
100	нет	80,8	53,4
150	148,2	91,2	57,5
200	173,5	97	60
250	188,5	101,1	61,8
300	198,8	104,1	63,1

лебаний при известных размерах электрода и разности граничных частот (Δf) может быть получено как целая часть выражения:

$$m \le \frac{2an}{s}\sqrt{\frac{2\Delta f}{f_{\text{гр}1}}}. \quad (7)$$

Для рассмотренной задачи общее количество нежелательных захваченных колебаний с четными и нечетными индексами m представлено в таблице 5.

Из изложенного можно сделать следующие выводы:

1. Получено для изотропной модели (полубесконечный электрод на бесконечно большой пластине) с помощью коэффициента отражения общее частотное уравнение для захваченных колебаний (4), частным случаем которого является известное уравнение захвата энергии. Решение уравнения захвата энергии позволяет найти частоту основного колебания, а решение уравнения (4) — всех захваченных колебаний, как основного, так и нежелательных.
2. Для упрощения расчетов предложено приближенное уравнение (5).
3. Показано на конкретных примерах влияние основных параметров (ширины и толщины) электрода на значение частот (табл. 1, 3, 4).
4. Получено для произвольного колебания f_{nm0} значение наибольшей разности граничных частот (6), при которой не произойдет его захвата и следующих за ним колебаний.
5. Получено выражение (7), позволяющее оценить количество захваченных нежелательных колебаний с учетом параметров модели.
6. Показано принципиальное несовпадение нижней граничной частоты с номинальной частотой и припуска по частоте с разностью граничных частот.

Использование этого материала возможно:

- при разработке конструкторской и технологической документации для получения резонаторов с улучшенными спектральными характеристиками;
- на производстве — операция нанесения электродного покрытия с использованием пьезоэлектрических датчиков.

Представленный материал не исчерпывает тему захвата энергии и будет продолжен в следующих работах.

Таблица 5. Количество захваченных нежелательных колебаний в зависимости от ширины электрода 2a и разности граничных частот ($f_{\text{гр}2}-f_{\text{гр}1}$)

$f_{\text{гр}2}-f_{\text{гр}1}$, кГц / 2a	2 мм	3 мм	4 мм
100	1	2	3
150	2	3	4
200	2	3	4
250	2	4	5
300	2	4	5

Литература

1. Shockley W., Curran D., Coneval D. Trapped energy modes in quartz filter crystals // Acoustical Society of America. 1967. Vol. 41. № 4.