

Использование метода симметрирования амплитудно-частотной характеристики цифрового фильтра в конвейерном частотном преобразовании

Андрей БУДИЛОВ
Дмитрий КАПЛУН

Рассмотрен метод многоканальной цифровой фильтрации — конвейерное частотное преобразование. Качественное отличие этого метода состоит в разбиении всей процедуры обработки на ряд последовательно выполняющихся однотипных этапов. Основные операции при реализации конвейерного частотного преобразования — гетеродинирование, фильтрация и децимация. Исследованы частотные характеристики каналов в конвейерном частотном преобразовании. Показана возможность использования фильтров с симметричными АЧХ для сокращения аппаратных затрат, а также возникающие при этом проблемы.

Введение

Развитие инфокоммуникационных технологий во многом базируется на достижениях цифровой обработки сигналов, призванной решать задачи приема, формирования, обработки и передачи информации в реальном масштабе времени. Осуществление сложных алгоритмов ЦОС требует, соответственно, применения эффективных базовых алгоритмов ЦОС (и, в первую очередь, цифровой фильтрации), экономично использующих соответствующие технические ресурсы. Соответственно, к параметрам цифровых фильтров в современных системах цифровой обработки сигналов предъявляются повышенные требования. Порядки фильтров нередко достигают тысячи и более. Это ведет к увеличению объема вычислений, а значит, и к резкому росту аппаратных затрат. При синтезе цифровых фильтров наибольшие затраты времени и оборудования приходятся на операции умножения. Следовательно, задача минимизации времени вычислений и уменьшения аппаратных затрат сводится к минимизации количества умножений, требуемых для вычисления очередного отфильтрованного отсчета.

Особенно остро проблема минимизации программно-аппаратных затрат встает при исследовании широкого диапазона частот, где для того, чтобы иметь представление о происходящих процессах, применяется многоканальная фильтрация.

Одним из возможных вариантов преодоления аппаратно-программных ограничений при проектировании устройств цифровой фильтрации может быть использование метода симметрирования амплитудной функции.

Решение симметричной задачи позволяет при различных технологиях проектирования фильтров увеличить быстродействие и уменьшить количество задействованных элементов устройства или увеличить число фильтров на кристалле [1].

Банк цифровых фильтров

Банк цифровых фильтров является эффективной системой цифровой многоканальной фильтрации и предназначен для разбиения всего входного сигнала на заданное число подканалов. В рассматриваемом случае банк

фильтров — совокупность однотипных полосовых фильтров, перекрывающих весь исследуемый частотный диапазон.

Цифровой нерекursивный фильтр нижних частот (ФНЧ) обычно представляют в форме [2]:

$$y(n) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} b_i x(n-i), \quad (1)$$

где b_i — коэффициенты фильтра (отсчеты его импульсной характеристики).

Из всего частотного диапазона такой фильтр выделит узкую полосу, причем для вещественного сигнала нижней границей такого фильтра будет нулевая частота, а для комплексного сигнала нулевая частота будет соответствовать центру полосы пропускания (рис. 1). На рис. 1 приведены использованные далее обозначения

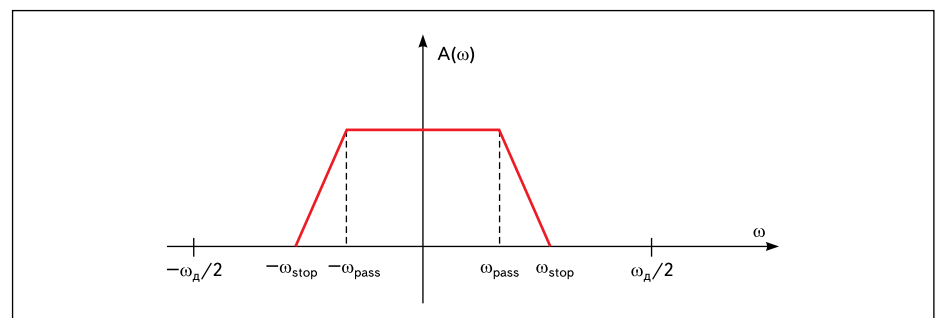


Рис. 1. АЧХ цифрового фильтра нижних частот

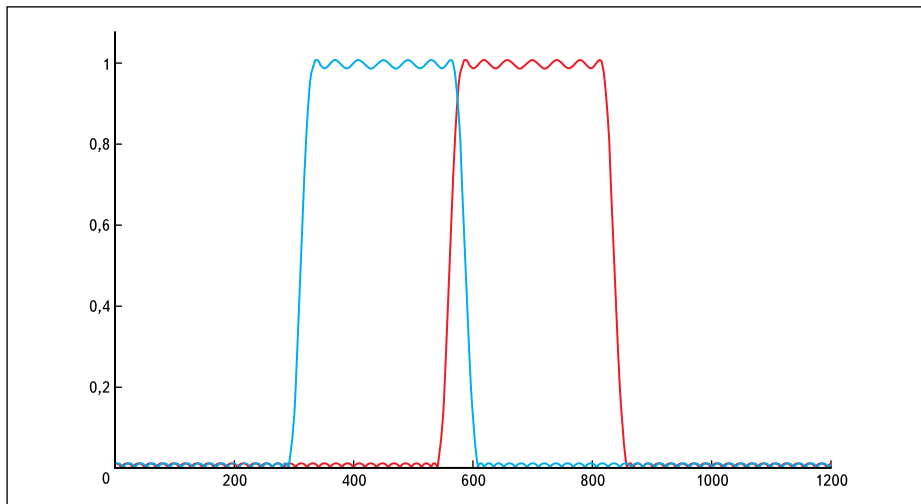


Рис. 2. АЧХ двух соседних каналов

частотное преобразование (КЧП) [4]. Его английское название — pipelined frequency transform (PFT). Качественное отличие этого метода состоит в разбиении всей процедуры обработки на ряд последовательно выполняющихся однотипных этапов. Это, во-первых, повышает гибкость метода и позволяет строить системы фильтров, настраиваемые по ряду параметров. Во-вторых, сокращает аппаратные затраты при реализации, что дает возможность исследовать более широкие частотные диапазоны.

Используя данный метод, можно разделить спектр исходного сигнала на нужное число каналов, при этом число каналов $N = 2^n$, где n — число стадий (ступеней конвейера или уровней дерева преобразования).

На каждой ступени КЧП повторяются три последовательные операции:

- гетеродинирование;
- НЧ-фильтрация КИХ-фильтром;
- децимация.

При переходе на следующую ступень каждый сигнал разбивается на два с уменьшенной в 2 раза частотной полосой и частотой дискретизации.

Идея метода состоит в том, что используется один и тот же фильтр, один и тот же гетеродин, а децимация всегда производится два раза.

При прохождении сигнала с частотным диапазоном $\pm F_s/2$ через каждую ячейку КЧП сигнал подвергается гетеродинированию на $F_s/4$, НЧ-фильтрации с частотой среза $F_s/4$ и децимации вдвое. Двукратное применение подобного преобразования — с гетеродинированием на $F_s/4$ и $-F_s/4$ — позволяет разбить исходный частотный диапазон на два поддиапазона (рис. 3).

характерных точек АЧХ. Дальнейшее обсуждение будем вести для комплексного сигнала, обозначив его частотный диапазон $\pm \omega_s/2$.

Чтобы выделить другую часть частотного диапазона тем же ФНЧ, нужно гетеродинированием свести к нулю центральную частоту ω_k этого поддиапазона. Тогда выражение (1) будет иметь вид:

$$y_k(n) = \frac{1}{N} \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} b_i \{x(n-i) \exp[j\omega_k(n-i)]\}. \quad (2)$$

Таким способом можно перекрыть весь исследуемый частотный диапазон фильтрами, характеристики которых могут быть близки к идеальным: иметь минимальное наложение соседних каналов, равномерную частотную характеристику в полосе пропускания и желаемый коэффициент подавления. Пример реальной частотной характеристики двух соседних каналов (при общем количестве каналов, равном 2) представлен на рис. 2.

Сравним (2) с классической формулой взвешенного ДПФ:

$$X_k(n) = \frac{1}{M} \sum_{i=-M/2}^{M/2-1} a_i x(n-i) \exp[-j\omega_k i], \quad (3)$$

где $X_k(n)$ — k -я гармоника ДПФ в момент времени n ; a_i — коэффициент весового окна.

Полное сходство этих формул демонстрирует дуальность ДПФ, которое можно рассматривать и как спектральное преобразование, и как совокупность цифровых фильтров. Различие этих формул состоит только в длине интервала суммирования, индексе времени при экспоненте и в выборе весовых коэффициентов a_i и b_i .

Для ДПФ величина M — это одновременно и количество временных отсчетов, и количество получаемых после преобразования спектральных составляющих. Это условие приводит к трем известным дефектам ДПФ:

наложение соседних каналов, неравномерность частотной характеристики и большой уровень боковых лепестков. Попытки устранить все три дефекта весовыми окнами Ханнинга, Ханна, Кайзера и т. п., сохраняющими интервал осреднения, равный количеству спектральных составляющих, дали возможность подавить боковые лепестки, но лишь за счет усиления двух других дефектов. Это и послужило главной причиной появления банков цифровых фильтров и методов их синтеза [3].

Конвейерное частотное преобразование

Одним из методов построения банка цифровых фильтров является конвейерное

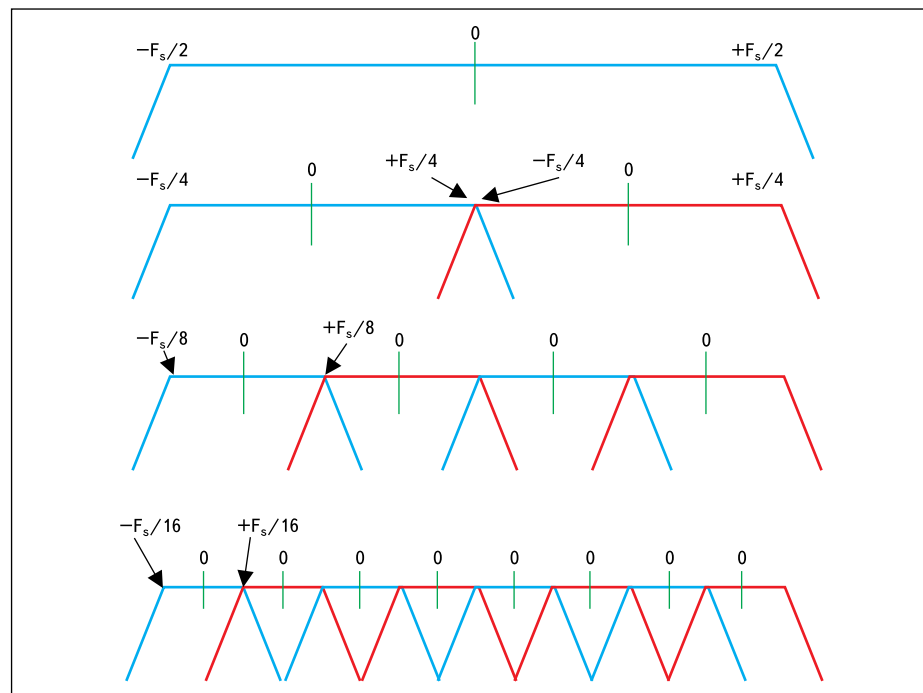


Рис. 3. Конвейерное частотное преобразование

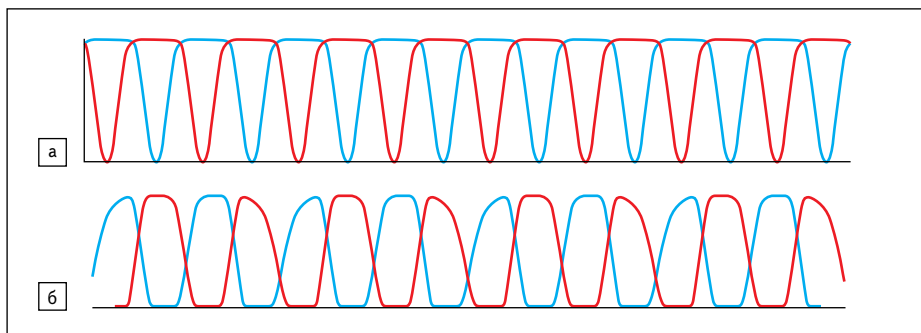


Рис. 4. Неравномерности ЧХ банка цифровых фильтров

Децимация обеспечивает «растягивание» каждого частотного поддиапазона на весь диапазон до текущей F_s , что позволяет применять те же фильтры и гетеродины на последующих ступенях, а также вдвое снижает количество вычислений для всех последующих операций. Каждый канал снова проходит через две ячейки: получим сначала 4, а потом 8 каналов.

На каждом этапе происходит удвоение количества каналов с сужением их полос пропускания вдвое: после N -го этапа получаем 2^N каналов с шириной полосы пропускания и частотой дискретизации в 2^N раз меньше исходных. Поэтому от этапа к этапу суммарный объем вычислений остается неизменным. Однако многократное повторение однотипных операций приводит к специфическим проблемам при некорректном выборе ЧХ-фильтра.

Первая важная особенность заключается в том, что границы частотных полос подвергаются повторной обработке переходной областью фильтра на каждом последующем этапе, в результате чего крутизна фронтов частотных полос и подавление вне полосы прозрачности увеличивается от ступени к ступени. Увеличение крутизны фронтов позволяет существенно сократить количество отсчетов в ФНЧ за счет применения фильтров с пологими АЧХ (обычно используемый ФНЧ имеет не более 20–25 отсчетов). Однако неприемлемо использование фильтров с не-

достаточным подавлением на частотах выше четверти частоты дискретизации, поскольку на каждом этапе ровно половина всех границ каналов формируется заново, и при недостаточном подавлении возможно искажение сигнала после децимации. Многократная обработка ФНЧ приводит к появлению таких кумулятивных эффектов, как неравномерность АЧХ канала; асимметрия частотных полос; провалы в районе половины частотного диапазона, его четверти и т. д.

Периодические провалы ЧХ возникают в том случае, когда пологая часть ЧХ фильтра выбирается меньше $F_s/4$. При выборе плоской части ЧХ, равной $F_s/4$, можно наблюдать значительное перекрытие соседних каналов (рис. 4а). Желание уменьшить это перекрытие сокращением плоской части приведет к провалам ЧХ (рис. 4б). Механизм образования провалов показан на рис. 5.

Подобная ситуация обычно возникает при использовании точно такой схемы метода, что описана выше (с гетеродинами на $\pm\omega_s/4$ и без запаса по частоте). При разделении на большое число каналов необходимо брать исходную частоту дискретизации с запасом. Например, при запасе вдвое указанные выше частоты гетеродина и среза ФНЧ нужно уменьшить вдвое. При этом также вдвое увеличивается количество вычислений, но возможно использование фильтров с очень пологими спадами. Тогда для обеспечения заданного

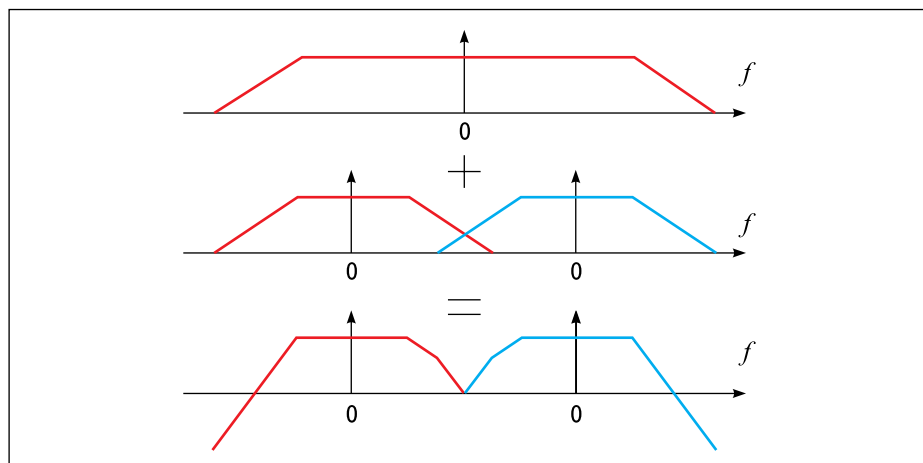


Рис. 5. Образование провалов в АЧХ банка фильтров

уровня перекрытия каналов удобно использовать «формирующие» ФНЧ на последнем этапе. На практике целесообразно использовать частоту дискретизации в 1,2–1,3 раза больше верхней частоты сигнала (при соответствующем масштабировании частоты гетеродина и среза ФНЧ).

Подобное же влияние оказывает неравномерность в полосе прозрачности фильтра. На рис. 6 показано корректное разбиение, когда неравномерность каждого ФНЧ составляет 0,04 дБ в полосе прозрачности, в то время как при разбиении на 128 каналов результирующая неравномерность достигает 0,3 дБ. На рис. 7 показан результат такого же разбиения при неравномерности каждого ФНЧ 0,3 дБ в полосе прозрачности.

Требования к фильтрам могут быть значительно смягчены, если на последнем этапе применять специальные «формирующие» фильтры. Эти фильтры могут обладать большей неравномерностью по сравнению с остальными и задавать резкие границы каналов без вреда для симметрии АЧХ. Кроме того, при наличии достаточного запаса по частоте и при достаточно широких фильтрах на предыдущих этапах можно использовать набор «формирующих» фильтров для регулирования перекрытия (при двойном запасе частоты возможно перекрытие наполовину).

Таким образом, ясно, что основные ограничения при реализации КЧП связаны с использованием ФНЧ. Поскольку синтез ФНЧ с заданными параметрами (прямоугольность,

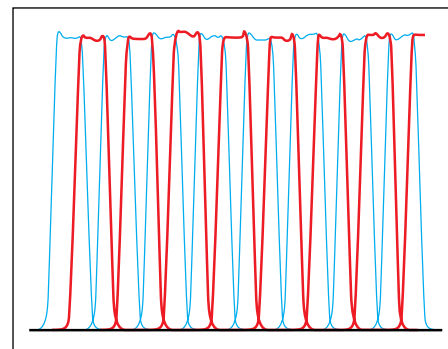


Рис. 6. Разбиение на каналы при неравномерности в полосе прозрачности ФНЧ 0,04 дБ

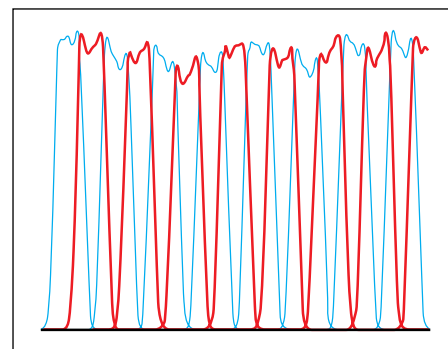


Рис. 7. Разбиение на каналы при неравномерности в полосе прозрачности ФНЧ 0,3 дБ

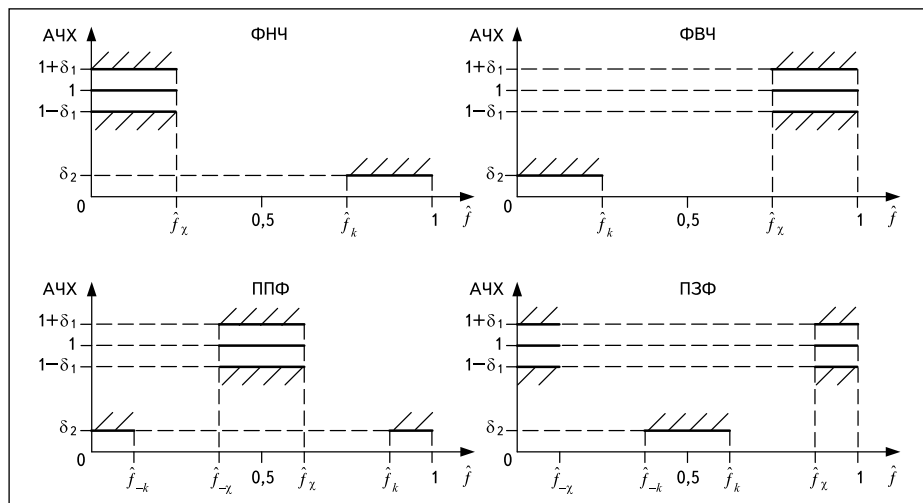


Рис. 8. Фильтры с симметричными АЧХ

Для реализации КЧП необходимо применение фильтра, локализирующего сигнал в одной непрерывной области частот, с шириной, равной или меньше половины частоты дискретизации. Иначе нельзя корректно применять децимацию. При децимации одна половина частотного диапазона отображается в другую. По этой причине в качестве фильтра для КЧП может быть использован только ФНЧ либо ФВЧ. ППФ и ПЗФ могут отфильтровывать половину частотного диапазона, но не обеспечивают непрерывность полосы подавления.

Применение ФНЧ и ФВЧ позволяет применять только одиночное симметрирование, что сокращает количество ненулевых элементов фильтра почти в 2 раза [1]. На практике особо важна регулярность расположения нулей в импульсной характеристике. В случае с ФНЧ нули импульсной характеристики располагаются через один взезд, кроме центрального отсчета, который принимает значение 0,5.

Тем не менее применение симметричного ФНЧ имеет свои минусы. Одним из основных является образование перекрестной помехи. В результате симметрии фильтра подавление на четверти частоты дискретизации равно только 0,5. Поэтому некоторый диапазон частот — на рис. 9 он закрашен темным — отображается в канал. Позже, при наложении фильтра с другой стороны, этот поддиапазон подавляется еще в 2 раза. Однако после трех уровней КЧП его ослабление составляет только 0,125.

Характерно, что вся эта помеха находится в частотном диапазоне канала и может быть минимизирована по мощности (уменьшением переходной области фильтра), но не по максимальной амплитуде: она определяется симметрией фильтра — тем, что на четверти частоты дискретизации он имеет подавление 0,5. По результатам экспериментов выведена следующая зависимость. С увеличением количества уровней КЧП на 1:

1. Существующая перекрестная помеха от каждого канала сокращается в 2 раза по амплитуде.
2. В квадрате увеличивается количество каналов источников помех.

На рис. 10 представлены частоты, присутствующие в первом канале двухуровневого

равномерность в полосе пропускания, подавление в полосе задерживания) может привести к резкому увеличению программно-аппаратных затрат, возникает необходимость в использовании методов синтеза цифровых рекурсивных фильтров с уменьшенной величиной программно-аппаратных затрат.

При реализации цифровой фильтрации в программируемых логических интегральных схемах (ПЛИС) наиболее критичными элементами являются аппаратные умножители ПЛИС. Соответственно, наибольшее значение приобретают методы синтеза цифровых фильтров, направленные на минимизацию ненулевых коэффициентов фильтра.

Симметрирование амплитудно-частотной характеристики как способ уменьшения числа множителей

Одним из способов минимизации числа ненулевых коэффициентов передаточной функции цифрового рекурсивного фильтра может быть симметрирование его амплитудно-частотной характеристики (АЧХ). Рассмотрим требования, которым должна соответствовать АЧХ фильтра, чтобы ее можно было назвать симметричной.

Введем обозначения: f_0 — частота дискретизации, f — частота, нормированная к половине частоты дискретизации ($f = 0,5f/f_0$); \hat{f}_{-x} , \hat{f}_x — левая и правая граничные частоты полосы пропускания (ПП); \hat{f}_{-k} , \hat{f}_k — левая и правая граничные частоты полосы задерживания (ПЗ); δ_1 и δ_2 — неравномерности в полосах пропускания и задерживания (рис. 8).

Условия симметричных требований к АЧХ для различных типов избирательности:

- Фильтры нижних и фильтры верхних частот (ФНЧ и ФВЧ): $\delta_1 = \delta_2$ и $\hat{f}_x = 1 - \hat{f}_k$.
- Режекторные и полосовые фильтры (ПЗФ и ППФ): одинаковые неравномерности в ПП (для ПЗФ) и в ПЗ (для ППФ), $\hat{f}_{-x} = 1 - \hat{f}_x$ и $\hat{f}_{-k} = 1 - \hat{f}_k$.

В этом случае можно показать [1], что наилучшая в смысле критерия Lg аппроксимация АЧХ с помощью функций рекурсивных фильтров первого (N — нечетное, ИХ — симметричная) и третьего (N — четное, ИХ — антисимметричная) вида (типа) приводит к передаточным функциям, у которых примерно половина коэффициентов (через один) равны нулю.

Если в качестве ФНЧ в КЧП использовать фильтр с симметричной АЧХ, то видно, что мы сможем получить выигрыш в количестве ненулевых коэффициентов. Попробуем оценить величину этого выигрыша, а также выявить основные проблемы, связанные с использованием фильтров с симметричными АЧХ в КЧП.

Симметрирование ФНЧ для КЧП

Аппаратные затраты в КЧП в основном связаны с реализацией ФНЧ.

Количество умножений, приходящееся на каждый входной отсчет КЧП:

1. $N \times L$ для расчета всех ФНЧ, где N — длина фильтра; L — количество уровней.
2. L для расчета гетеродинов.

Гетеродинирование может быть сведено к инвертированию знака числа и пропуску отсчетов при частоте переноса, равной четверти частоты дискретизации.

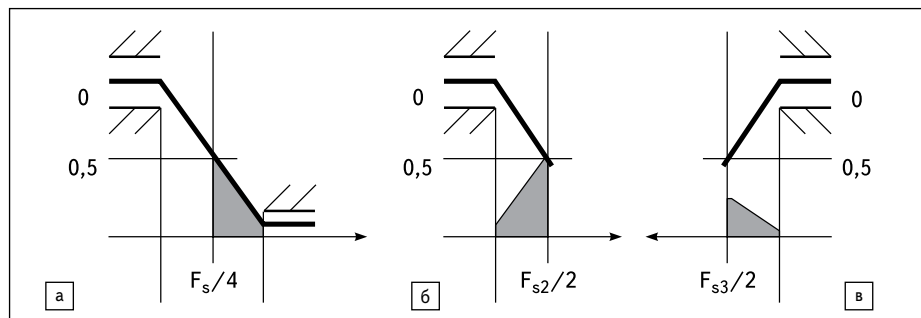


Рис. 9. Образование перекрестной помехи

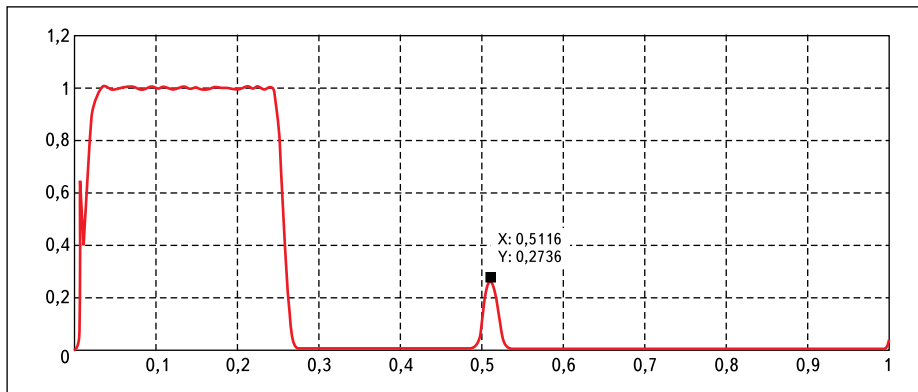


Рис. 10. Частоты, присутствующие в первом канале двухуровневого КЧП

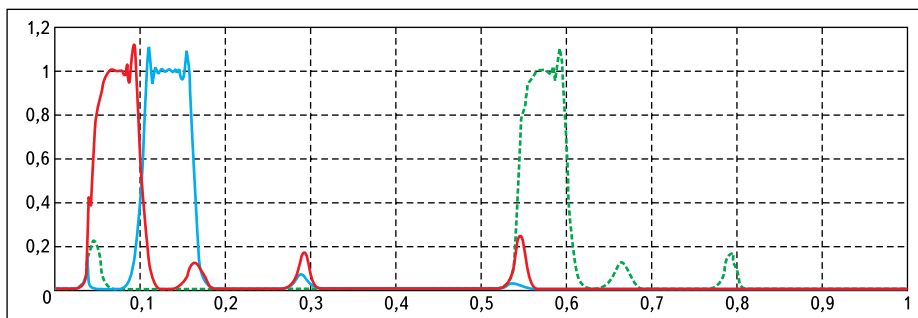


Рис. 11. Частоты, входящие в три канала четырехуровневого КЧП

КЧП. Это не АЧХ канала, поскольку выделенный на рисунке пик будет перенесен в диапазон абсолютных частот (0; 0,25) или (0; 1) частот канала.

На рис. 11 отражены результаты математического моделирования при использовании фильтра со следующими параметрами: неравномерность в полосе прозрачности — 0,03 дБ, подавление — -49 дБ, переходная полоса — 0,45–0,55, количество коэффициентов — 50, из них ненулевых — 26. Отмеченный на рисунке пик и является источником перекрестной помехи. Данный фильтр обладает одиночной симметрией,

что позволяет сократить аппаратные затраты почти вдвое. Моделирование также показывает, что при небольшом рассимметрировании фильтра нулевые отсчеты пропадают. Подробно данный эффект описан в [1]. На рис. 11 показаны частоты, входящие в три различных канала четырехуровневого КЧП с таким же симметричным фильтром. Видим на нем проявление следующих эффектов:

1. Значительно выросла неравномерность АЧХ канала, связанная с неравномерностью фильтра в полосе прозрачности: в худшем случае она растет по экспоненте от количества уровней КЧП.

2. Между каналами на краю диапазона видны значительные «вырезы».
3. Регулярно образуются перекрестные помехи, они делятся по амплитуде в соответствии с уровнем КЧП, на котором образовались.

Заключение

Итак, симметрирование требований к АЧХ фильтров приводит к уменьшению числа ненулевых коэффициентов фильтра, что влечет за собой сокращение числа умножителей.

Уменьшая число умножителей, входящих в состав фильтра, мы можем добиться более рационального использования ресурсов микросхемы. Например, если фильтр, синтезированный по первоначальным требованиям, не может быть реализован с использованием какой-либо ПЛИС в связи с нехваткой умножителей, то необходимо попробовать провести симметрирование АЧХ, в результате которого число умножителей может быть снижено.

Таким образом, использование метода симметрирования АЧХ в КЧП позволяет реализовать банк многоканальных цифровых фильтров с улучшенными характеристиками. ■

Литература

1. Каплун Д. И., Меркучева Т. В. Применение метода симметрирования АЧХ при синтезе нерекурсивных цифровых фильтров // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2009. № 2.
2. Солонина А. И., Улахович Д. А., Арбузов С. М., Соловьева Е. Б. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций. СПб.: БХВ-Петербург, 2005.
3. Азаренков Л. Г., Будилов А. В., Канатов И. И., Каплун Д. И. Частотно-временной анализ банком цифровых фильтров // Компоненты и технологии. 2009. № 3.
4. Lillington J. CTO. RF Engines Limited, 2002. www.rfel.com