

Окончание. Начало в № 10 ` 2009

Виктор ДЕНИСЕНКО,
К. Т. Н.
victor@RLDA.ru

Принципы построения компактных моделей МОП-транзисторов

Моделирование на основе поверхностного потенциала

Модели, в которых не используется предположение о постоянстве поверхностного потенциала в режиме сильной инверсии и которые находят плотность заряда инверсионного слоя с учетом выражения для поверхностного потенциала, называются моделями, основанными на поверхностном потенциале (ϕ_s) [15]. Главной сложностью моделей рассматриваемого типа является необходимость решения уравнения Пуассона без использования упрощающего предположения о том, что концентрация подвижных носителей в канале равна нулю.

Основное преимущество такого подхода — это возможность найти единое выражение, описывающее как подпороговую область, так и область умеренной и сильной инверсии, без применения сглаживающих функций. Недостатком метода некоторое время считалась необходимость численного решения уравнения Пуассона, однако в работе [16] показано, что итерационное решение может занимать даже меньше времени, чем вычисления явной функции, аппроксимирующей это решение. Кроме того, решение уравнения с достаточно высокой точностью может быть аппроксимировано явной функцией [15].

Поверхностный потенциал

Поверхностный потенциал ϕ_s определяется как потенциал на границе раздела Si/SiO₂ относительно нейтральной подложки. Поверхностный потенциал ϕ_s равен вели-

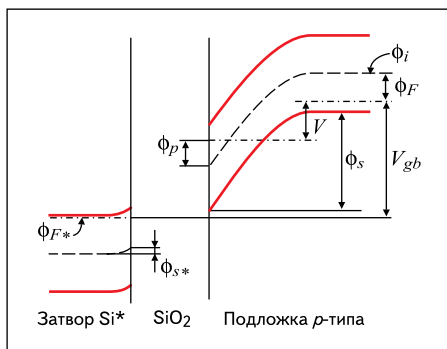


Рис. 5. Зонная диаграмма МОП-транзистора с поликремниевым (Si*) затвором при протекании тока стока

чине изгиба зонной диаграммы (рис. 5). Аналогичный поверхностный потенциал (изгиб зон) в поликремниевом затворе равен ϕ_s .

Рассмотрим, как найти величину поверхностного потенциала в МОП-транзисторе. Будем предполагать сначала, что поверхностный потенциал в поликремниевом затворе равен нулю: $\phi_s = 0$.

Плотность заряда в подложке p -типа, очевидно, будет равна:

$$\rho(x, y) = q[p(x, y) - n(x, y) - N_{sub}]. \quad (47)$$

Концентрации электронов и дырок определяются статистикой Максвелла-Больцмана:

$$n(x, y) = N_{sub} \exp\left(\frac{\phi(x, y) - \phi_n(y) - 2\phi_F}{\Phi_T}\right),$$

$$p(x, y) = N_{sub} \exp\left(-\frac{\phi(x, y)}{\Phi_T}\right), \quad (48)$$

где $\phi(x, y)$ — электростатический потенциал в точке (x, y) , отсчитываемый относительно нейтральной подложки, $\phi_n(y)$ — квазипотенциал Ферми, отличающийся от потенциала Ферми на величину падения напряжения на сопротивлении канала и поэтому не зависящий от координаты x . Величина $\phi_n(y)$ изменяется от $\phi_n(0) = V_{sb}$ у истока до $\phi_n(L) = V_{db}$ у стока. Потенциал Ферми равен:

$$\phi_F = \Phi_T \ln(N_{sub}/n_i). \quad (49)$$

Квазипотенциал Ферми для дырок совпадает с ϕ_p , поскольку дырки не участвуют в переносе тока.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -\frac{\rho(x, y)}{\epsilon_{si}} = \frac{qN_{sub}}{\epsilon_{si}} \left[1 - \exp\left(-\frac{\phi}{\Phi_T}\right) + \exp\left(\frac{\phi - \phi_n - 2\phi_F}{\Phi_T}\right) \right]. \quad (50)$$

$$\frac{\partial E^2}{\partial x} = \frac{2qN_{sub}}{\epsilon_{si}} \left[1 - \exp\left(-\frac{\phi}{\Phi_T}\right) + \exp\left(\frac{\phi - \phi_n - 2\phi_F}{\Phi_T}\right) \right]. \quad (51)$$

$$\epsilon_{si} E|_{x=0} = \pm \gamma C_{ox} \sqrt{\phi_s + \Phi_T \left[\exp\left(-\frac{\phi_s}{\Phi_T}\right) - 1 \right] + \Phi_T \exp\left(-\frac{\phi_n + 2\phi_F}{m_s \Phi_T}\right) \left[\exp\left(\frac{\phi_s}{m_s \Phi_T}\right) - 1 \right]}, \quad (52)$$

$$\left(\frac{V_{gb} - V_{fb} - \phi_s}{\gamma}\right)^2 = \phi_s + \Phi_T \left[\exp\left(-\frac{\phi_s}{\Phi_T}\right) - 1 \right] + \Phi_T \exp\left(-\frac{\phi_n + 2\phi_F}{m_s \Phi_T}\right) \left[\exp\left(\frac{\phi_s}{m_s \Phi_T}\right) - 1 \right]. \quad (53)$$

Для того чтобы получить приближенное аналитическое решение уравнения Пуассона (1) [19], обычно используют допущение $\partial^2 \phi / \partial y^2 \ll \partial^2 \phi / \partial x^2$, называемое приближением плавного канала и справедливое только для длинноканальных транзисторов. В этом случае уравнение Пуассона (1) становится одномерным (50).

Поскольку напряженность электрического поля и потенциал в глубине подложки равны нулю, то граничные условия для этого уравнения можно записать как $\phi(\infty) = 0$, $\partial \phi / \partial x|_{x=\infty} = 0$. Практически, вместо $x = \infty$ достаточно взять $x = x_d$ [32] [19] при $V_{bs} = 0$.

Используя соотношение $\partial^2 \phi / \partial x^2 = 0,5 \partial(\partial \phi / \partial x)^2 / \partial x = 0,5 \partial E^2 / \partial x$, где E — напряженность электрического поля, уравнение Пуассона можно переписать в виде (51).

Интегрируя его с применением ранее записанных граничных условий и учитывая, что $\phi(0) = \phi_s$, получим [14] (52), где γ — коэффициент влияния подложки (42), m_s — некоторый параметр, необходимый для учета в будущем короткоканальных эффектов. Для длинноканального транзистора $m_s = 1$.

Используя закон Гаусса, из (52) можно найти плотность заряда на единицу поверхности:

$$Q_s = \epsilon_{si} E|_{x=0}. \quad (53)$$

С другой стороны, этот заряд должен быть равен заряду второй обкладки конденсатора C_{ox} :

$$Q_s = -C_{ox}(V_{gb} - V_{fb} - \phi_s). \quad (54)$$

Сопоставляя (52), (53) и (54), получим окончательное выражение для нахождения поверхностного потенциала [14] (55).

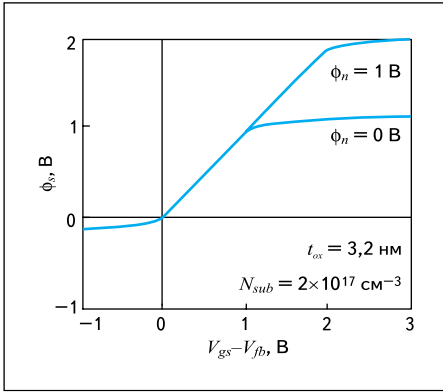


Рис. 6. Зависимость поверхностного потенциала от напряжения затвор–исток при двух значениях квазипотенциала Ферми

Полученное уравнение является базовым в методе моделирования на основе поверхностного потенциала. Оно не имеет аналитического решения относительно ϕ_s , и это является основным недостатком данного метода моделирования. Однако численное решение итерационными методами существует, оно является гладким и обеспечивает одну непрерывную зависимость для областей как слабой, так и умеренной и сильной инверсии. На рис. 6 показано решение этого уравнения при двух значениях квазипотенциала Ферми. В некоторых случаях используют аналитическую аппроксимацию полученного численного решения.

Отметим, что в моделях на базе порогового напряжения уравнение (50) не решается. Вместо этого принимается упрощающее допущение о том, что в подпороговой области потенциал полупроводника не зависит от подвижных носителей заряда, то есть $p = n = 0$, а в режиме сильной инверсии поверхностный потенциал является константой.

Учет эффекта обеднения в поликремниевом затворе

Выше мы предположили, что в поликремнии (Si*) зонная диаграмма плоская, то есть обеднение отсутствует. Однако на практике поликремний не является идеальным проводником, что приводит к необходимости учета эффекта его обеднения на границе с окислом [14]. В результате на области обеднения падает напряжение ϕ_s^* (рис. 5), что требует уточнения соотношения (54):

$$Q_s = -C_{ox}(V_{gb} - V_{fb} - \phi_s - \phi_s^*), \quad (56)$$

где потенциал ϕ_s^* вычисляется аналогично (10) [19] и аналогично (42) [19] вводится понятие «коэффициента влияния подложки» γ_p для поликремниевого затвора [14]. Из рассмотренного понятно, что обеднение поликремния приводит к уменьшению концентрации носителей в канале, снижению тока стока и уменьшению емкости затвора.

Плотность заряда

В общем случае токи, заряды и величина шума могут быть выражены чрез поверхностный потенциал у истока ϕ_{s0} (при $\gamma = 0$) и стока ϕ_{sL} (при $\gamma = L$), которые могут быть найдены из (55) при использовании равенства $\phi_n(0) = V_{sb}$ и $\phi_n(L) = V_{db}$. Далее нужно будет различать подвижный заряд электронов в инверсионной области Q_{inv} и неподвижный заряд обедненной области подложки Q_b , обусловленный зарядом дырок и ионизированных атомов примеси.

Для расчета Q_{inv} необходимо интегрировать плотность электронов n (48) вдоль координаты x от нейтральной части подложки до поверхности. К сожалению, это невозможно сделать аналитически и поэтому необходимо использовать упрощающее предположение о том, что толщина инверсионного слоя пренебрежимо мала по сравнению с толщиной области обеднения под каналом, то есть заряд инверсионного слоя является поверхностным зарядом, а не объемным (приближение поверхностного заряда — “charge sheet approximation”). В этом предположении плотность объемного заряда под затвором может быть рассчитана по уравнению (50), в котором отсутствует второе слагаемое в правой части, то есть считается, что электроны не вносят вклад в распределение электрического поля вдоль координаты x :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \approx \frac{qN_{sub}}{\epsilon_{si}} \left[1 - \exp\left(-\frac{\phi}{\phi_T}\right) \right]. \quad (57)$$

Используя те же преобразования, что и для вывода (52), объемный заряд под затвором можно найти по теореме Гаусса как:

$$Q_b = \epsilon_{si} \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{x=0+} = \pm k_0 C_{ox} \sqrt{\phi_s + \phi_T \left[\exp\left(-\frac{\phi_s}{\phi_T}\right) - 1 \right]}, \quad (58)$$

где заряд Q_b является отрицательным при $V_{gb} > 0$ (то есть в режиме инверсии) и положительным при $V_{gb} < 0$ (в режиме аккумуляции). Плотность заряда инверсионного слоя (для $V_{gb} > 0$) теперь может быть легко выражена как (59), где Q_s (56) — общий поверхностный заряд (на единицу площади).

Выражения для Q_b (58) и для Q_{inv} (59) могут быть использованы, чтобы получить выражения для тока канала I_{ds} в следующем подразделе и внутренних зарядов модели.

Ток стока

Для расчета тока сток–исток (тока канала) I_{ds} обычно предполагают, что током дырок в канале

$$Q_{inv} = Q_s - Q_b = -C_{ox} \left(V_{gb} - V_{fb} - \phi_s - \phi_s^* - k_0 \sqrt{\phi_s + \phi_T \left[\exp\left(-\frac{\phi_s}{\phi_T}\right) - 1 \right]} \right), \quad (59)$$

нале и процессами генерации-рекомбинации носителей можно пренебречь. Предполагают также, что ток течет только в направлении координаты y (вдоль канала), то есть ток подложки и ток затвора равны нулю. В этом случае ток канала можно записать в виде (6) [19]:

$$I_{ds} = -\mu_n W Q_{inv} (d\phi_n/dy), \quad (60)$$

где Q_{inv} — заряд инверсионного слоя на единицу площади поверхности (59), W — ширина канала.

Это уравнение можно получить из (5) [19] интегрированием вдоль координат x и z .

Ток канала состоит из диффузионного I_{diff} и дрейфовой I_{drift} компоненты, которые описываются известными уравнениями переноса (среднее выражение в (3) [19]):

$$I_{drift} = -\mu W Q_{inv} \partial \phi_s / \partial y, \quad (61)$$

$$I_{diff} = \mu W \phi_T \partial Q_{inv} / \partial y. \quad (62)$$

Откуда

$$I_{ds} = -\mu W Q_{inv} \partial \phi_s / \partial y + \mu W \phi_T \partial Q_{inv} / \partial y. \quad (63)$$

Приравнявая (60) и (63), несложно найти $\partial \phi_n / \partial \phi_s$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_n}{\partial \phi_s} &= 1 - \frac{\phi_T}{Q_{inv}} \frac{\partial Q_{inv}}{\partial \phi_s} = \\ &= \frac{1}{Q_{inv}} \left(Q_{inv} - \phi_T \frac{\partial Q_{inv}}{\partial \phi_s} \right) = \frac{Q_{inv}^*}{Q_{inv}}, \end{aligned} \quad (64)$$

где

$$Q_{inv}^* = Q_{inv} - \phi_T (\partial Q_{inv} / \partial \phi_s) = Q_{inv} + \phi_T C_{inv} \quad (65)$$

эффективная плотность заряда в инверсионном слое, которая включает в себя как заряд, переносимый электрическим полем, так и заряд, переносимый путем диффузии; $C_{inv} = -\partial Q_{inv} / \partial \phi_s|_{\phi_s = \bar{\phi}}$, $\bar{\phi} = (\phi_{s0} + \phi_{sL})/2$ — среднее значение поверхностного потенциала; ϕ_{s0} , ϕ_{sL} — поверхностный потенциал у истока и стока соответственно.

$$Q_{inv}^* = Q_{inv} + \phi_T C_{inv} = \bar{Q}_{inv}^* - C_{inv} (\phi_s - \bar{\phi}), \quad (66)$$

где \bar{Q}_{inv}^* — средняя эффективная плотность заряда инверсионного слоя, которая рассчитывается по формуле:

$$\bar{Q}_{inv}^* = Q_{inv}^* (\phi_s = \bar{\phi}) = \bar{Q}_{inv} + \phi_T C_{inv} \quad (67)$$

где

$$\bar{Q}_{inv} = Q_{inv} (\phi_s = \bar{\phi}) \quad (68)$$

средняя плотность заряда инверсионного слоя.

Таким образом,

$$\begin{aligned} Q_{inv}^* &= Q_{inv}(\phi_s = \bar{\phi}) + \phi_T C_{inv} - C_{inv}(\phi_s - \bar{\phi}) = \\ &= Q_{inv}(\phi_s = \bar{\phi}) + C_{inv}(\phi_T - \phi_s + \bar{\phi}) = \\ &= Q_{inv}(\phi_s = \bar{\phi}) - \partial Q_{inv} / \partial \phi_s |_{\phi_s = \bar{\phi}} (\phi_T - \phi_s + \bar{\phi}) = \\ &= Q_{inv}(\phi_s = \bar{\phi}) - \partial Q_{inv} / \partial \phi_s |_{\phi_s = \bar{\phi}} \frac{\phi_T - \phi_s + (\phi_{s0} + \phi_{sL})}{2}. \end{aligned} \quad (69)$$

Поскольку плотность заряда подвижных носителей Q_{inv} не равна нулю только в инверсионном слое, далее ограничимся рассмотрением случая $V_{gb} - V_{fb} > 0$. Предполагая, что I_{ds} не зависит от координаты y , то есть $\partial I_{ds} / \partial y = 0$, интегрируя (60) от истока ($y = 0$) до стока ($y = L$) и используя соотношение (64), можно получить ток канала в виде:

$$I_{ds} = -\frac{W}{L} \int_{\phi_{s0}}^{\phi_{sL}} \mu_n Q_{inv}^* d\phi_s. \quad (70)$$

Предполагая временно, что подвижность является константой ($\mu_n = \mu_0$), и используя теорему о среднем для определенного интеграла, получим:

$$\begin{aligned} I_{ds} &= -\mu_0 \frac{W}{L} \int_{\phi_{s0}}^{\phi_{sL}} Q_{inv}^* d\phi_s = \\ &= -\mu_0 \frac{W}{L} \bar{Q}_{inv}^*(\phi_{sL} - \phi_{s0}) = -\beta \frac{\bar{Q}_{inv}^*}{C_{ox}} \Delta\phi, \end{aligned} \quad (71)$$

где $\Delta\phi = (\phi_{sL} - \phi_{s0})$; $\beta = \mu_0 C_{ox} W/L$ — удельная крутизна МОП-транзистора.

Используя соотношение (67), выражение для тока канала можно представить в виде [14]:

$$\begin{aligned} I_{ds} &= -\beta \frac{\bar{Q}_{inv}^*}{C_{ox}} \Delta\phi = -\beta \frac{\bar{Q}_{inv} + \phi_T C_{inv}}{C_{ox}} \Delta\phi = \\ &= -\beta \frac{\bar{Q}_{inv}}{C_{ox}} \Delta\phi - \beta \frac{\phi_T C_{inv}}{C_{ox}} \Delta\phi = \\ &= -\beta \frac{\bar{Q}_{inv}}{C_{ox}} \Delta\phi + \beta \phi_T \frac{\Delta Q_{inv}}{C_{ox}} = I_{drift} + I_{diff}, \end{aligned} \quad (72)$$

где $\Delta Q_{inv} = Q_{invL} - Q_{inv0}$, Q_{invL} и Q_{inv0} — плотность заряда инверсионного слоя у стока ($y = L$) и у истока ($y = 0$) соответственно, определяется в (68).

Таким образом, ток канала можно разделить, как и ранее, на дрейфовый и диффузионный компоненты:

$$I_{drift} = -\beta \frac{\bar{Q}_{inv}}{C_{ox}} \Delta\phi, \quad (73)$$

$$I_{diff} = \beta \phi_T \frac{\Delta Q_{inv}}{C_{ox}}. \quad (74)$$

На рис. 7 приведены графики [14], построенные по приведенным выше формулам, в которых принято $\Delta\phi = V_{ds}$. Как видим, модель не требует сшивания подпороговой области

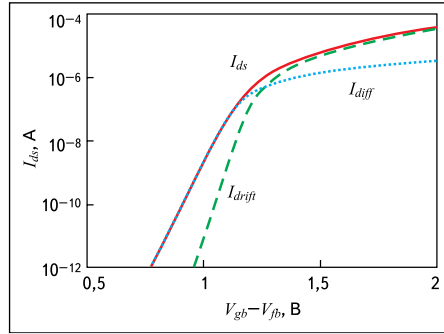


Рис. 7. Расчетный ток стока, а также его диффузионная и дрейфовая компоненты при $\beta = 140$ мкм²/В², $N_{sub} = 2 \times 10^{23}$ м⁻³, $t_{ox} = 3$ нм, $V_{db} = 1$ В, $V_{ds} = 0$ В, $\phi_{s*} = 0$

с областью сильной инверсии. Ток в области умеренной инверсии, лежащей между областью сильной и слабой инверсии, моделируется суммой диффузионного и дрейфового тока (рис. 7). Это основная причина, по которой модели на базе поверхностного потенциала считаются пригодными для моделирования гармонических искажений в радиочастотных цепях, где необходимо точное моделирование первых трех производных тока стока по напряжению на затворе в рабочей точке, которая чаще всего лежит в области умеренной инверсии.

На рис. 8 приведены графики амплитуд первых трех гармоник тока стока МОП-транзистора при синусоидальном напряжении на затворе. Теоретические кривые (модель HiSIM [7]) хорошо согласуются с экспериментальными данными (на рис. 8 показаны точками). Провалы на графиках объясняются соответствующим поведением подвижности (рис. 9). Как следует из графиков на рис. 8, 9, напряжения, при которых наблюдаются провалы, на обоих графиках совпадают.

Полученные уравнения точно описывают перенос тока в канале МОП-транзистора, но не учитывают короткоканальных эффектов. Их учет выполняется путем ввода в уравнения дополнительных поправок [14], которые мы рассматривать не будем.

Режим насыщения

Расчет поверхностного потенциала был выполнен выше в предположении, что инверсионный слой существует по всей длине канала. В режиме, когда наступает отсечка канала на границе с p - n -переходом стока, транзистор переходит в режим насыщения, и ток стока перестает зависеть от напряжения на стоке. В транзисторах с коротким каналом напряжение насыщения наступает раньше, чем отсечка канала, и объясняется это насыщением дрейфовой скорости носителей в канале. Ток насыщения описывается выражением:

$$I_{ds} = -W Q_{invL} v_{sat} \quad (75)$$

где Q_{invL} — плотность заряда в точке $y = L$, v_{sat} — дрейфовая скорость насыщения.

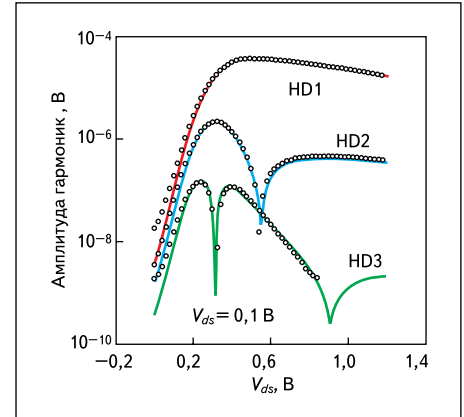


Рис. 8. Амплитуды первых трех гармоник тока стока МОП-транзистора при $W/L = 10/0,5$ мкм и подаче на затвор синусоидального сигнала амплитудой 50 мВ [7]. Точками показаны результаты измерений

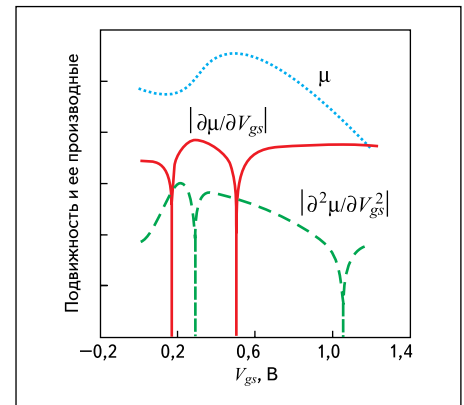


Рис. 9. Производные от подвижности по напряжению на затворе. Провалы на графике амплитуд гармоник (рис. 8) вызваны аналогичным поведением подвижности

Кроме того, часть напряжения стока падает на омическом сопротивлении диффузионных областей истока и стока, что также сказывается на величине напряжения насыщения.

Для сшивания тока в линейной области (72) с током в области насыщения (75) модель PSP использует сглаживающую функцию.

Моделирование на основе заряда инверсионного слоя

Метод моделирования МОП-транзистора на основе заряда инверсионного слоя разработан в статьях [3, 17, 18]. Он обеспечивает хорошую симметрию в тесте Гуммеля благодаря тому, что транзистор изначально рассматривается как симметричный. Для этого все напряжения отсчитываются от подложки (а не от истока, как это обычно принято), а ток стока определяется как разность двух токов, один из которых (прямая компонента тока I_F) течет от стока к истоку, второй (обратная компонента тока I_R) — в обратном направлении. Ток I_F зависит только от локальной плотности заряда у истока, ток I_R — от заряда у стока. Такое деление токов возможно только в предположении,

что подвижность является константой вдоль канала (не зависит от напряженности продольного электрического поля). Основной переменной модели является напряжение отсечки канала V_p , которое определяется как разность между квазипотенциалами Ферми электронов и дырок в канале, при которой заряд инверсионного слоя равен нулю.

Метод предусматривает гладкое сшивание разных областей работы транзистора, что обеспечивает гладкость первой и высших производных по напряжениям на выводах. Кроме того, он позволяет получить и единое уравнение для всех областей работы транзистора, не требующее сшивания, однако требующее итерационного решения нелинейного уравнения.

Заряд инверсионного слоя

Плотность заряда подвижных носителей в инверсионном слое Q_{inv} можно найти в виде функции от поверхностного потенциала и напряжения $V_{ch} = \phi_n - \phi_F$ при условии одномерности (вдоль оси x) электрического поля, после пренебрежения током и концентрацией дырок в канале n -типа и в предположении, что $\phi_s \gg \phi_T$. По аналогии с (52) можно получить следующее выражение для плотности заряда инверсионного слоя на единицу площади [12, 18]:

$$Q_{inv} = -\gamma C_{ox} \sqrt{\phi_s} \times \left\{ \sqrt{\frac{\phi_s}{\phi_T} + \exp\left(\frac{\phi_s - V_{ch} - 2\phi_F}{\phi_T}\right)} - \sqrt{\frac{\phi_s}{\phi_T}} \right\}. \quad (76)$$

Это выражение хорошо известно из теории полупроводников [3, 12]. Для его получения из выражения для плотности заряда $Q_s = \epsilon_{si} E|_{x=0}$ (52), (53) вычитается формула плотности заряда обедненного слоя $Q_d = \gamma C_{ox} \sqrt{\phi_T} \sqrt{\phi_s / \phi_T}$, которая получается из (40) и (42) [19], то есть $Q_{inv} = Q_s - Q_d$.

Соотношение между поверхностным потенциалом ϕ_s и напряжением на затворе относительно подложки V_{gb} можно найти путем применения закона Гаусса (или условия равенства зарядов на обкладках в целом нейтрального конденсатора C_{ox}), аналогично (53–55) [3]:

$$V_{gb} = V_{fb} + \phi_s + \gamma \sqrt{\phi_s} - (Q_{inv} / C_{ox}), \quad (77)$$

где использованы те же обозначения, что и ранее.

Таким образом, напряжение на затворе относительно подложки оказывается связанным с поверхностным потенциалом соотношениями (76), (77).

Режим сильной инверсии

В режиме сильной инверсии поверхностный потенциал ϕ_s связан с напряжением на затворе логарифмической функцией и поэтому приближенно может быть аппроксимирован константой, равной $\phi_o + V_{ch}$, где $\phi_o = 2\phi_T$ или превышает это значение на не-

сколько ϕ_T [3]. Поэтому для режима сильной инверсии, предполагая $\phi_s = \phi_o + V_{ch}$, выражения (76), (77) можно существенно упростить:

$$Q_{inv} = -C_{ox} [V_{gb} - V_{tb}(V_{ch})], \quad (78)$$

где V_{tb} — пороговое напряжение относительно подложки, определяемое как [3]:

$$V_{tb} = V_{fb} + \phi_o + V_{ch} + \gamma \sqrt{\phi_o + V_{ch}} = V_{to} + V_{ch} + \gamma \left[\sqrt{\phi_o + V_{ch}} - \sqrt{\phi_o} \right], \quad (79)$$

где V_{to} — пороговое напряжение, определяемое как напряжение на затворе, при котором заряд инверсионного слоя равен нулю и канал находится в состоянии равновесия, то есть когда квазипотенциал Ферми совпадает с уровнем Ферми, $V_{ch} = 0$:

$$V_{to} = V_{fb} + \phi_o + \gamma \sqrt{\phi_o}. \quad (80)$$

Зависимость порогового напряжения V_{tb} от V_{ch} показана на рис. 10 [3]. На рис. 10 видно, что заряд инверсионного слоя Q_{inv} при заданном напряжении «затвор–подложка» V_{gb} становится равным нулю при некотором напряжении V_p , которое называется напряжением отсечки. Соотношение между V_p и напряжением на затворе V_{gb} можно получить из (78), если положить $Q_{inv} = 0$:

$$V_{gb} \Big|_{V_{ch}=V_p, Q_{inv}=0} = V_{tb} \Big|_{V_{ch}=V_p} = V_{to} + V_p + \gamma \left[\sqrt{\phi_o + V_p} - \sqrt{\phi_o} \right]. \quad (81)$$

Из этого выражения можно найти V_p в виде:

$$V_p = V_{gb} - V_{to} - \gamma \times \left[\sqrt{V_{gb} - V_{to} + \left(\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\phi_o} \right)^2} - \left(\sqrt{\phi_o} + \frac{\gamma}{2} \right) \right]. \quad (82)$$

Для типовых значений параметров, используемых на практике, напряжение отсечки практически линейно зависит от напряжения на затворе [3]:

$$V_p \approx \frac{V_{gb} - V_{to}}{n(V_{gb})}, \quad (83)$$

где n — коэффициент наклона кривой, описываемой уравнением (81), то есть:

$$n = \frac{dV_{gb}}{dV_p} = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_o + V_p}}. \quad (84)$$

Параметр n можно получить также из приведенных выше уравнений в виде:

$$\frac{1}{n} = \frac{dV_p}{dV_{gb}} = 1 - \frac{\gamma}{2\sqrt{V_{gb} - V_{to} + \left(\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\phi_o} \right)^2}}. \quad (85)$$

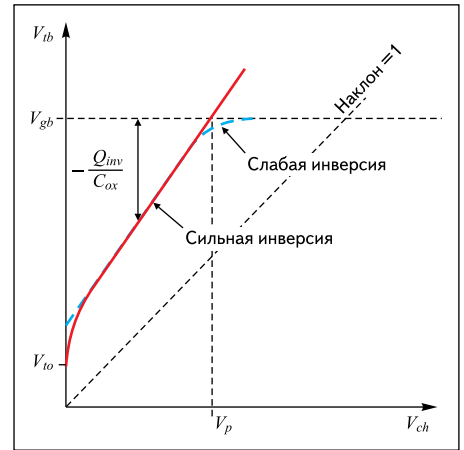


Рис. 10. Зависимость порогового напряжения V_{tb} и заряда инверсионного слоя Q_{inv} от напряжения в канале

Из уравнений (78), (79), (81) можно получить зависимость заряда инверсионного слоя от напряжения отсечки и напряжения канала:

$$Q_{inv} = -C_{ox} \left[V_p - V_{ch} + \gamma \left(\sqrt{\phi_o + V_p} - \sqrt{\phi_o + V_{ch}} \right) \right]. \quad (86)$$

Это уравнение показывает, что напряжение отсечки V_p влияет на заряд инверсионного слоя точно так, как и напряжение канала V_{ch} , но с противоположным знаком, то есть напряжение отсечки эквивалентно напряжению канала с противоположным знаком.

Важно отметить, что приведенный анализ относится к транзисторам с однородным легированием подложки. Эффекты, вызванные неоднородным легированием, учитываются так же, как и в других моделях [8, 11].

Уравнение (86) может быть упрощено путем разложения в ряд Тейлора с отбрасыванием всех членов, кроме линейного [3]:

$$Q_{inv} = -C_{ox} n (V_p - V_{ch}). \quad (87)$$

Эта простейшая аппроксимация является хорошим компромиссом между простотой и точностью.

Режим слабой инверсии

Когда напряжение канала V_{ch} приближается к V_p , заряд инверсионного слоя Q_{inv} уменьшается не скачком, а плавно, по мере того как канал переходит от режима сильной инверсии к слабой. Когда величина V_{ch} становится немного больше V_p , канал находится в режиме слабой инверсии. В этих условиях заряд инверсионного слоя становится пренебрежимо мал по сравнению с зарядом обедненной области подложки.

Соотношение между поверхностным потенциалом и напряжением на затворе в режиме слабой инверсии получается из уравнения (77) путем пренебрежения членом Q_{inv} и введения в рассмотрение нового параметра V_{to} :

$$V_{gb} = V_{to} + (\phi_s - \phi_o) + \gamma (\sqrt{\phi_s} - \sqrt{\phi_o}). \quad (88)$$

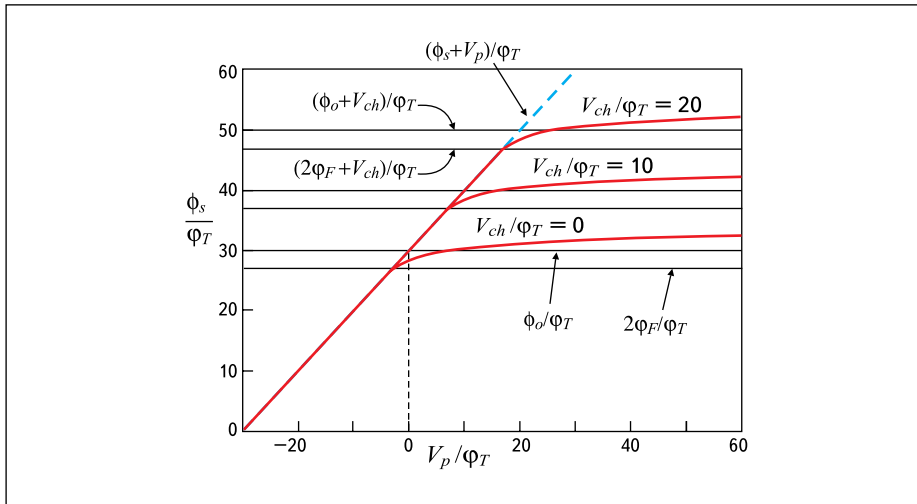


Рис. 11. Зависимость поверхностного потенциала от напряжения отсечки для $\gamma = 6/1\sqrt{\phi_T}$, $2\phi_F = 27\phi_T$, $\phi_o = 30\phi_T$

Напряжение отсечки, которое первоначально было определено для режима сильной инверсии, может быть использовано и в режиме слабой инверсии для аппроксимации поверхностного потенциала. Сравнивая (81) с (88), получим:

$$\phi_s = \phi_o + V_p \quad (89)$$

Вместо обычного представления поверхностного потенциала в виде функции от $V_{sb} - V_{fb}$, можно изобразить его как функцию от напряжения отсечки (рис. 11) для разных значений потенциала канала V_{ch} . Поверхностный потенциал изменяется линейно в диапазоне от 0 до $2\phi_F + V_{ch}$. Для значений $V_p > V_{ch}$, то есть в режиме сильной инверсии, поверхностный потенциал изменяется слабо. Поверхностный потенциал окончательно может быть представлен в виде [3]:

$$\phi_s = \begin{cases} \phi_o + V_p & \text{для } V_p < V_{ch} \text{ (слабая инверсия)} \\ \phi_o + V_{ch} & \text{для } V_p \geq V_{ch} \text{ (сильная инверсия)} \end{cases} \quad (90)$$

В режиме слабой инверсии поверхностный потенциал меньше, чем $2\phi_F + V_{ch}$. Экспоненциальный член, появляющийся в обобщенном выражении для заряда инверсионного слоя (76), в этом случае становится много меньше, чем ϕ_s / ϕ_T , и квадратный корень может быть заменен первым членом ряда Тейлора, что ведет к упрощенному выражению для заряда инверсионного слоя:

$$\begin{aligned} Q_{inv} &\approx -C_{ox} \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_s}} \phi_T \exp\left(\frac{\phi_s - 2\phi_F - V_{ch}}{\phi_T}\right) = \\ &= -K_w C_{ox} \phi_T \exp\left(\frac{V_p - V_{ch}}{\phi_T}\right), \end{aligned} \quad (91)$$

где K_w — параметр, зависящий от ϕ_o :

$$K_w \approx (n-1) \exp\left(\frac{\phi_o - 2\phi_F}{\phi_T}\right) \quad (92)$$

Режимы работы транзистора

Различные режимы работы МОП-транзистора можно определить в терминах напряжения отсечки V_p и напряжений на выводах транзистора относительно подложки, как показано на рис. 12. Особенностью диаграммы является полная симметрия относительно линии $I_d = 0$, соответствующей условию $V_{sb} = V_{db}$ когда напряжение сток-исток равно нулю.

При отрицательных напряжениях $V_{ds} < 0$ или $V_{sb} < 0$ открываются один или оба *p-n*-перехода МОП-транзистора, и он начинает работать как продольный (латеральный) биполярный транзистор.

Когда одно или оба напряжения V_{db} , V_{sb} становятся больше напряжения отсечки V_p , транзистор переходит в режим насыщения. Однако когда оба напряжения большие, напряжение затвора относительно них стано-

вится малым, и поэтому транзистор переходит в режим слабой инверсии.

Между различными областями работы транзистора нет резкой границы, в частности, области сильной и слабой инверсии разделены небольшой областью умеренной инверсии.

Ток стока

Обобщенное выражение для тока стока, которое включает в себя как диффузионную, так и дрейфовую компоненты тока, имеет такой же вид, как и (6) [19]:

$$I_{ds} = -W_{eff} Q_{inv} \mu_n (dV_{ch}/dy) \quad (93)$$

Далее будем предполагать, что подвижность μ_n не зависит от координат. Тогда ток стока может быть получен путем интегрирования (93) от истока, где $V_{ch} = V_{sd}$ до стока, где $V_{ch} = V_{db}$:

$$I_{ds} = \beta \int_{V_{db}}^{V_{sd}} \left[\frac{-Q_{inv}(V_{ch})}{C_{ox}} \right] dV_{ch}, \quad (94)$$

где $\beta = \mu_n C_{ox} W/L$ — удельная крутизна.

Ток стока может быть разделен на прямой ток I_{Fs} , который зависит только от разности $V_p - V_{sb}$, и обратный ток I_{Rs} , зависящий только от $V_p - V_{db}$ [3]:

$$\begin{aligned} I_{ds} &= \beta \int_{V_{db}}^{\infty} \left[\frac{-Q_{inv}(V_{ch})}{C_{ox}} \right] dV_{ch} - \\ &- \beta \int_{V_{db}}^{\infty} \left[\frac{-Q_{inv}(V_{ch})}{C_{ox}} \right] dV_{ch}. \end{aligned} \quad (95)$$

В этом выражении первый интеграл представляет ток канала в прямом включении транзистора, второй интеграл — в реверсивном включении. Отметим, что при получении выражения (95) не делалось предположений о режимах работы транзистора, то есть оно справедливо во всех режимах, включая слабую, умеренную и сильную инверсию.

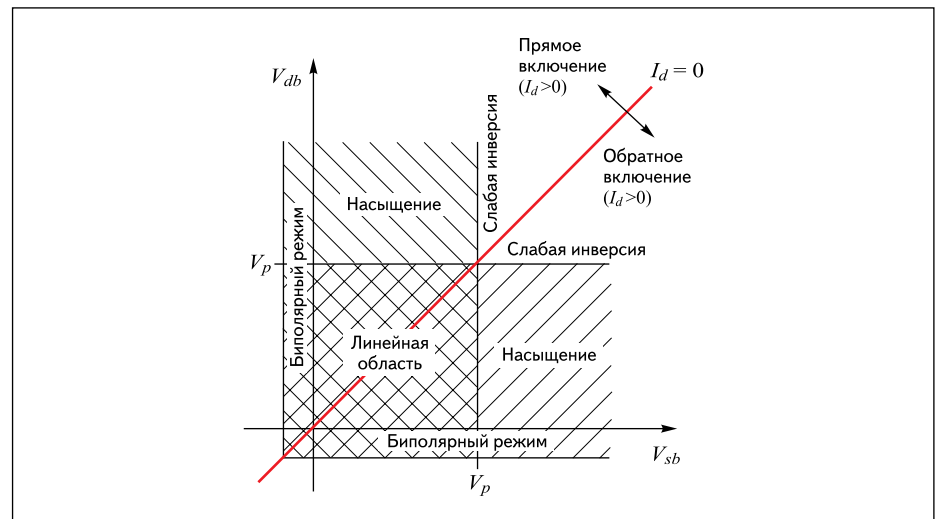


Рис. 12. Режимы работы МОП-транзистора

Ток стока в режиме сильной инверсии получается путем интегрирования выражения (95), в котором выражение для заряда инверсионного слоя взято из (87). После интегрирования получим:

$$I_F = \begin{cases} \frac{n\beta}{2} (V_p - V_{sb})^2, & \text{для } V_{sb} < V_p \\ 0, & \text{для } V_{sb} \geq V_p \end{cases}$$

$$I_R = \begin{cases} \frac{n\beta}{2} (V_p - V_{db})^2, & \text{для } V_{db} < V_p \\ 0, & \text{для } V_{db} \geq V_p \end{cases} \quad (96)$$

Аналогично можно получить выражение для тока в режиме слабой инверсии, используя (91):

$$I_F = K_w \beta \phi_T^2 \exp((V_p - V_{sb})/\phi_T),$$

$$I_R = K_w \beta \phi_T^2 \exp((V_p - V_{ds})/\phi_T), \quad (97)$$

где величина V_p рассчитывается с учетом напряжения на затворе, по формулам (83), (85) или по полному выражению (82).

Приведенные соотношения получены для прямого включения транзистора. В обратном включении, когда сток и исток меняются местами, выражения могут быть получены из приведенных выше путем простой замены индексов “s” на “d” и наоборот.

Выражения (96), (97) были получены в асимптотических случаях, когда имеет место либо слабая, либо сильная инверсия, однако они не справедливы в режиме умеренной инверсии. Для моделирования области умеренной инверсии в работе [3] используется интерполяция гладкой функцией между режимами сильной и слабой инверсии. Используя сглаживающую функцию вида [3]:

$$F(v) = [\ln(1 + e^{v^2})]^2, \quad (98)$$

можно получить следующее выражение для тока стока [3]:

$$I_{ds} = I_F - I_R = 2n\beta\phi_T^2 \times \left\{ \left[\ln \left(1 + e^{\frac{V_p - V_{sb}}{2\phi_T}} \right) \right]^2 - \left[\ln \left(1 + e^{\frac{V_p - V_{db}}{2\phi_T}} \right) \right]^2 \right\}. \quad (99)$$

Рассмотренный подход к моделированию на основе заряда инверсионного слоя позволяет получить и более общие выражения, справедливые во всех областях работы транзистора [18]:

$$v_p - v_s = \ln \left(\sqrt{i_F + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \right) + \sqrt{4i_F + 1} - 1,$$

$$v_p - v_d = \ln \left(\sqrt{i_R + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \right) + \sqrt{4i_R + 1} - 1, \quad (100)$$

где переменные v и i получены из переменных V, I с соответствующими индексами путем их нормирования [18].

К сожалению, уравнения (100) не могут быть инвертированы аналитически для получения явной зависимости токов от напряжений, как это требуется в программах схемотехнического моделирования. Однако инвертирование может быть выполнено численными методами [18].

Нами описан принцип получения только базового уравнения для тока канала. Учет физических эффектов, связанных с малыми размерами, осуществляется путем ввода дополнительных поправок и уточнений.

Заключение

Поиск оптимальной компактной модели с точки зрения быстродействия и точности/достоверности требует учета стремительно растущих возможностей компьютеров и средств программирования. В основе всех подходов к построению компактных моделей лежит принятие упрощающих допущений, которые позволяют решить систему уравнений аналитически. Однако в связи с быстрым ростом производительности компьютеров необходимость аналитического решения ставится под сомнение, и ряд моделей используют численные решения уравнения Пуассона, а также используют итерационные циклы при решении нелинейных уравнений, которые не позволяют получить явную зависимость токов от напряжений на выводах транзистора.

Общей тенденцией в развитии компактных моделей является усложнение системы уравнений модели, сокращение числа параметров, упрощение процедуры их идентификации, учет новых физических эффектов, обеспечение физичности модели за границами динамического диапазона и обеспечение точности высших производных.

Литература

1. Денисенко В. В. Проблемы схемотехнического моделирования КМОП СБИС // Компоненты и технологии. 2002. № 3–4.
2. Kumar M. J., Batwani H., Gaur M. Approaches to nanoscale MOSFET compact modeling using surface potential based models // IWPSD 2007. International Workshop on Physics of Semiconductor Devices. 16–20 Dec. 2007.
3. Enz C. C., Krummenacher F., Vittoz E. A. An analytical MOS transistor model valid in all regions of operation and dedicated to low voltage and low-current applications // J. Analog Integrated Circuit and Signal Processing. 1995. Vol. 8.
4. Bucher M., Enz C., Krummenacher F., Sallese J.-M., Lallement C., Porrett A.-S. The EKV compact MOS transistor model: accounting for deep-submicron aspects // Modeling and Simulation of Microsystems. 2002. www.cr.org
5. Li X., Wu W., Jha A., Gildenblat G., van Langevelde R., Smit G. D. J., Scholten A. J., Klaassen D. B. M., McAndrew C. C., Watts J., Olsen C. M., Coram G. J., Chaudhry S., Victory J. Benchmark Tests for MOSFET Compact Models With Application to

the PSP Model // IEEE Transactions on Electron Devices. 2009. Vol. 56. Issue 2.

6. Gildenblat G., Li X., Wu W., Wang H., Jha A., van Langevelde R., Smit G. D. J., Scholten A. J., Klaassen D. B. M. PSP: An Advanced Surface-Potential-Based MOSFET Model for Circuit Simulation // IEEE Transactions on Electron Devices. Sept. 2006. Vol. 53. Issue 9.
7. Mattausch H. J., Miyake M., Navarro D., Sadachika N., Ezaki T., Miura-Mattausch M., Yoshida T., Hazama S. HiSIM2 Circuit simulation — Solving the speed versus accuracy crisis // IEEE Circuits and Devices Magazine. Sept.–Oct. 2006. Vol. 22. Issue 5.
8. Foty D. P. MOSFET Modeling with Spice. Principle and Practice. NJ: Prentice Hall PTR, 1997.
9. Gildenblat G., Li X., Wu W., Wang H., Jha A., van Langevelde R., Smit G. D. J., Scholten A. J., Klaassen D. B. M. PSP: An Advanced Surface-Potential-Based MOSFET Model for Circuit Simulation // IEEE Transactions on Electron Devices. Sept. 2006. Vol. 53. Issue 9.
10. Денисенко В. В. Точность и достоверность моделирования МОП-транзисторов СБИС // Микроэлектроника. 2009. Т. 38. № 4.
11. Cheng Y., Hu C., MOSFET modeling & BSIM3 user’s guide. Kluwer Academic Publishers, 1999.
12. Зи С. Физика полупроводниковых приборов: в 2 книгах. Кн. 1. М.: Мир, 1984.
13. Quenette V., Lemoigne P., Rideau D., Clerc R., Ciampolini L., Minondo M., Tavernier C., Jaouen H. Electrical characterization and compact modeling of MOSFET body effect // 9th International Conference on Ultimate Integration of Silicon, 2008. ULIS 2008. 12–14 March 2008.
14. Van Langevelde R., Scholten A. J., Klaassen D. B. M. Physical Background of MOS Model 11. Unclassified Report. Koninklijke Philips Electronics N. V. 2003.
15. Scholten A. J., Smit G. D. J., de Vries B. A., Tienmeijer L. F., Croon J. A., Klaassen D. B. M., van Langevelde R., Li X., Wu W., Gildenblat G. The new CMC standard compact MOS model PSP: advantages for RF applications // IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium. RFIC 2008.
16. Miura-Mattausch M., Sadachika N., Navarro D., Suzuki G., Takeda Y., Miyake M., Warabino T., Mizukane Y., Inagaki R., Ezaki T., Mattausch H. J., Ohguro T., Iizuka T., Taguchi M., Kumashiro S., Miyamoto S. HiSIM2: Advanced MOSFET Model Valid for RF Circuit Simulation // IEEE Transactions on Electron Devices. 2006. Vol. 53. Issue 9.
17. Enz C. C., Krummenacher F., Vittoz E. A. An analytical MOS transistor model valid in all regions of operation and dedicated to low voltage and low-current applications // J. Analog Integrated Circuit and Signal Processing. 1995. Vol. 8.
18. Enz C., Bucher M., Porret A.-S., Sallese J.-M., Krummenacher F. The foundation of the EKV MOS transistor charge-based model // Technical Proceedings of the 2002 International Conference on Modeling and Simulation of Microsystems (www.cr.org). Nanotech, 2002. Vol. 1.
19. Денисенко В. Принципы построения компактных моделей МОП-транзисторов // Компоненты и технологии. 2009. № 10.