

Моделирование цифровой обработки сигналов в MATLAB

Часть 6. Моделирование структур цифровых фильтров с фиксированной точкой программными средствами MATLAB:

квантование воздействия и вычисление реакции

Алла СОЛОНИНА

Ранее [9] были перечислены источники ошибок квантования в цифровых фильтрах (ЦФ) с фиксированной точкой (ФТ) и составлена нелинейная модель ЦФ с ФТ, предназначенная для компьютерного моделирования. В [9], [10] была приведена методика составления и свойства моделей КИХ- и БИХ-фильтров с ФТ, на основе которых анализируются их основные характеристики.

Следующий этап в исследовании эффектов квантования в ЦФ с ФТ на основе нелинейной модели [9] программными средствами MATLAB связан с созданием модели квантованного воздействия, вычислением реакции и сравнением ее с реакцией в отсутствие квантования на основе объективных критериев. Этим вопросам посвящена настоящая статья.

Моделирование квантования в АЦП

Квантование воздействия в АЦП (далее — квантование) в MATLAB может моделироваться одним из следующих способов:

- на основе объекта `quantizer` с помощью функции `quantize`;
- на основе объекта `fi`.

Моделирование квантования на основе объекта `quantizer`

При моделировании квантования на основе объекта `quantizer` (Quantizer Object) сначала создается данный объект одним из следующих основных способов:

```
q=quantizer('name1',value1,'name2',value2,...)
```

или

```
q=quantizer(struct)
```

Здесь `q` — имя объекта `quantizer`; `'name1','name2',...` — свойства объекта `quantizer`; `value1,value2,...` — значения свойств объекта `quantizer`; `struct` — имя массива записей (`struct array`), поля которого отображают свойства объекта `quantizer`.

Выходным параметром является объект `q` (массив записей — `struct array`) со списком свойств (полей). Их полный список выводит-

ся с помощью функции `get(q)`, а основной — по имени `q`.

Доступные пользователю свойства устанавливаются с помощью функции:

```
set(q,'name1',value1,'name2',value2,...)
```

В таблице 1 представлены основные доступные пользователю свойства объекта `quantizer`, а в таблице 2 — четыре важнейших из множества свойств, доступных только для чтения.

Пример 1

Создать двумя способами объект `quantizer` с именем `q` и заданными свойствами и сохранить его на диске для дальнейшего использования. 1. Первый способ:

```
>> q=quantizer('Mode','fixed','RoundMode','convergent',...
'OverflowMode','saturate','Format',[16 15])
>> q =
    DataMode = fixed
    RoundMode = convergent
    OverflowMode = saturate
    Format = [16 15]
```

Таблица 2. Свойства объекта `quantizer` только для чтения

Свойство	Назначение
<code>max</code>	Максимальное значение данных до квантования
<code>min</code>	Минимальное значение данных до квантования
<code>overflowflows</code>	Количество переполнений
<code>underflows</code>	Количество потерь значимости (антипереполнений), возникающих, когда малое значение данных не может быть представлено в заданном формате и потому заменяется нулем

Таблица 1. Доступные пользователю свойства объекта `quantizer`

Свойство	Назначение
<code>Mode</code>	Отображает тип квантованных данных с интересующими нас значениями: <ul style="list-style-type: none"> • <code>'double'</code> — данные с ПТ типа <code>double</code>; • <code>'fixed'</code> (по умолчанию) — данные с ФТ; • <code>'ufixed'</code> — беззнаковые данные с ФТ
<code>RoundMode</code>	Отображает метод округления при квантовании данных (представлении в заданном формате) и может принимать значения: <ul style="list-style-type: none"> • <code>'round'</code> — округление до ближайшего (округление с избытком): числу присваивается значение ближайшего уровня квантования, и если оно попадает точно на границу между соседними уровнями — ближайшего верхнего для положительного числа и для модуля отрицательного; • <code>'convergent'</code> — округление до ближайшего четного: числу присваивается значение ближайшего уровня квантования, и если оно попадает точно на границу между соседними уровнями — ближайшего, соответствующего четному числу; • <code>'fix'</code> — округление в направлении нуля, тождественно усечению; • <code>'ceil'</code> — округление в направлении ∞; отрицательное число усекается, а положительному присваивается значение ближайшего верхнего уровня; • <code>'floor'</code> (по умолчанию) — округление в направлении $-\infty$; положительное число усекается, а модулю отрицательного присваивается значение ближайшего верхнего уровня
<code>OverflowMode</code>	Управляет переполнением при сохранении данных в формате слова и может принимать значения: <ul style="list-style-type: none"> • <code>'saturate'</code> (по умолчанию) — при переполнении реализуется арифметика насыщения: результат автоматически заменяется максимально возможным по модулю для формата словом при ФТ; • <code>'wrap'</code> — при переполнении реализуется модульная арифметика: результат автоматически заменяется своим значением по модулю максимального целого числа
<code>Format</code>	Отображает формат данных для выбранного значения свойства <code>Mode</code> . Формат данных типа <code>'fixed'</code> и <code>'ufixed'</code> отображается двухэлементным вектором, по умолчанию <code>[16 15]</code> , в котором первый элемент соответствует длине слова, а второй — длине его дробной части

Таблица 3. Функции MATLAB для объектов quantizer

Функция	Назначение
<code>qn=copuobj(q)</code>	Создает новый независимый объект <code>qn</code> , сохраняющий все свойства объекта <code>q</code> , при этом изменение свойств объекта <code>qn</code> никак не влияет на свойства <code>q</code> . При использовании оператора присваивания <code>qn=q</code> изменение свойств объекта <code>qn</code> приводит к автоматическому изменению свойств объекта <code>q</code>
<code>xnum=bin2num(q,xbn)</code>	Преобразует числа <code>xbn</code> в числа <code>xnum</code> (<code>xnum</code> — квантованные согласно свойствам объекта <code>q</code> десятичные числа); <code>xbn</code> — указанные в апострофах двоичные числа, представляющие собой двоичный эквивалент* чисел <code>xnum</code>): <pre>>> load q >> xbn=['011110001100110';1000110001100110]; >> xnum=bin2num(q,xbn) xnum = 0.9719 -0.9031</pre>
<code>xnum=hex2num(q,xhex)</code>	Преобразует числа <code>xhex</code> в числа <code>xnum</code> (<code>xhex</code> — указанные в апострофах шестнадцатеричные числа, представляющие собой шестнадцатеричный эквивалент** чисел <code>xnum</code>): <pre>>> load q >> xhex=['7C66';'8C66']; >> xnum=hex2num(q,xhex) xnum = 0.9719 -0.9031</pre> <p>Числа 7C66 и 8C66 представляют собой соответственно краткую запись шестнадцатеричными цифрами двоичных эквивалентов 011110001100110 и 1000110001100110 (см. функцию <code>bin2num</code>)</p>
<code>xbn=num2bin(q,xnum)</code>	Преобразует числа <code>xnum</code> в числа <code>xbn</code> : <pre>>> xnum=[0.9719;-0.9031]; >> xbn=num2bin(q,xnum) xbn = 011110001100111 100011000110011</pre>
<code>xhex=num2hex(q,xnum)</code>	Преобразует числа <code>xnum</code> в числа <code>xhex</code> : <pre>>> load q >> xnum=[0.9719;-0.9031]; >> xhex=num2hex(q,xnum) xhex = 7c67 8c67</pre>
<code>xint=num2int(q,xnum)</code>	Преобразует числа <code>xnum</code> в числа <code>xint</code> (<code>xint</code> — десятичные числа, представляющие собой целочисленный эквивалент*** чисел <code>xnum</code>): <pre>>> load q >> xnum=[0.9719;-0.9031]; >> xint=num2int(q,xnum) xint = 31847 -29593</pre> <p>Десятичные числа 31847 и -29593 соответствуют целым двоичным числам со знаком 011110001100110 и 1000110001100110 (см. функцию <code>bin2num</code>)</p>

Примечания. * — Двоичным эквивалентом квантованного числа называют его побитовую запись в слове при заданном формате, включая знаковый бит.
 ** — Шестнадцатеричным эквивалентом квантованного числа называют краткую запись его двоичного эквивалента, когда каждые его четыре бита, включая знаковый, представляются шестнадцатеричной цифрой.
 *** — Целочисленным эквивалентом квантованного числа называют запись его двоичного эквивалента в виде целого десятичного числа со знаком, получаемую по правилам перевода целого двоичного числа в десятичное.

2. Второй способ (свойства объекта `q` точно такие же):

```
>> struct.Mode='fixed';
>> struct.RoundMode='convergent';
>> struct.OverflowMode='saturate';
>> struct.Format=[16 15];
>> q=quantizer(struct);
>> save q
```

Объекты `quantizer` могут использоваться в качестве входных параметров многих функций MATLAB, основные из которых, связанные с копированием квантователя и преобразованием чисел, приведены в таблице 3 (использован сохраненный в примере 1 квантователь `q`).

На основе созданного объекта `quantizer` выполняется непосредственно квантование с помощью функции:

```
xq=quantise(q,x)
```

Здесь `q` — имя объекта `quantizer`; `x` — исходные неквантованные данные: вектор или матрица; `xq` — квантованные данные; размеры `x` и `xq` совпадают.

В результате квантования обновляются свойства объекта `q`, доступные только для чтения, которые рекомендуется проверять.

Для иллюстрации квантования удобно, как это предлагается в MATLAB, квантовать элементы вектора, изменяющиеся линейно в заданном диапазоне, которые можно генерировать с помощью функции:

```
x=linspace(xb,xf,N)
```

Здесь `x` — вектор с линейно меняющимися элементами; `xb`, `xf` — значения первого и последнего элементов вектора `x`; `N` — число элементов вектора (по умолчанию 100).

Пример 2

На основе объекта `quantizer` с именем `q` и заданными свойствами (пример 1) выполнить квантование элементов вектора `x` при `xb = -2` и `xf = 2`. Повторить процедуру для объекта `qq` (копии объекта `q`) со свойством `OverflowMode = wrap` (модульной арифметикой). Соответствующим векторам с квантованными элементами присвоить имена `xq1` и `xq2`. Построить графики зависимостей `x` от

`xq1` и `x` от `xq2`, отображающие характеристики квантователей при разных типах арифметики и иллюстрирующие суть различий между арифметикой насыщения и модульной арифметикой (рисунок):

```
>> load q
>> xb=-2; xf=2; x=linspace(xb,xf); xq1=quantize(q,x);
Warning: 50 overflows.
> In embedded.quantizer.quantize at 68
>> subplot(2,1,1), plot(x,xq1), grid,xlabel('x'), ylabel('xq1')...
title('OverflowMode=saturate')
>> qq=copuobj(q); set(qq,'OverflowMode','wrap')
>> xq2=quantize(qq,x);
>> subplot(2,1,2), plot(x,xq2), grid,xlabel('x'), ylabel('xq2')...
title('OverflowMode=wrap')
```

Моделирование квантования на основе объекта fi

При моделировании квантования на основе объекта `fi` (Fixed-point Numeric Object) достаточно создать данный объект:

```
xin=fi(v,s,w,f)
```

Здесь `xin` — имя объекта `fi`; `v`, `s`, `w`, `f` — входные параметры объекта `fi`; `v` — исходные неквантованные данные: вектор или матрица; `w` — длина слова для данных с ФТ (по умолчанию 16); `f` — длина дробной части слова для данных с ФТ (по умолчанию 15); `s` — скаляр, принимающий значения 1 (true) или 0 (false); при `s = 0` (по умолчанию) формируются числа с ФТ без знака (беззнаковые — положительные), а `s = 1` — со знаком и появляется возможность управлять длиной `f` дробной части в слове длиной `w`.

Пример 3

Создать объект `fi` с именем `xin` и входными параметрами `w = 16`, `f = 15`, `s = 1` и выполнить квантование элементов вектора `x`:

```
>> xb=-2; xf=2; x=linspace(xb,xf);
>> xin=fi(x,1,16,15);
```

Выходным параметром является объект `xin` — массив записей (struct array), поля которого отображают свойства объекта. Их удобно разделить на три группы:

- Data Properties (свойства данных) — это группа полей, отображающих различные виды представления данных с ФТ, основными из которых являются:

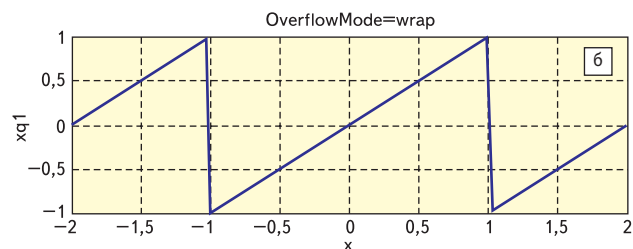
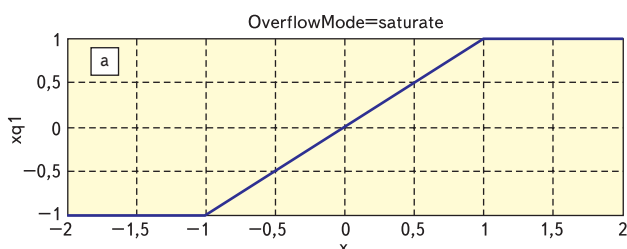


Рисунок. Характеристики квантователей при использовании: а) арифметики насыщения; б) модульной арифметики

- `xin.data` — квантованные согласно входным параметрам объекта `fi` десятичные числа;
- `xin.double` — квантованные согласно входным параметрам объекта `fi` десятичные числа типа `double` (при выводе не отличаются от `xin.data`);
- `xin.bin` — двоичные эквиваленты чисел `xin.data`;
- `xin.hex` — шестнадцатеричные эквиваленты чисел `xin.data`;
- `xin.int` — целочисленные эквиваленты чисел `xin.data`.
- `fimath Properties`, где `fimath` — имя поля, в свою очередь, объединяющего группу полей (свойств) объекта `xin`, связанных с особенностями арифметики при представлении данных с ФТ, а также при работе с двумя объектами `fi`.
- `numericType Properties`, где `numericType` — имя поля, в свою очередь, объединяющего группу полей (свойств) объекта `xin`, связанных с типом данных, форматом, масштабированием и т. п., предназначенных только для чтения.

Пример 4

Создать объект `fi` с именем `xtest` и входными параметрами `w = 16`, `f = 15`, `s = 1` и выполнить квантование элементов вектора `a`:

```
>> a=[0.9719 -0.9031];
>> xtest=fi(a,1,16,15);
```

Вывести квантованные значения, а также их двоичные, шестнадцатеричные и целочисленные эквиваленты, и сравнить результаты с полученными в таблице 3:

```
>> xtest.data
ans = 0.9719 -0.9031
>> xtest.bin
ans =
0111110001100111 1000110001100111
>> xtest.hex
ans = 7c67 8c67
>> xtest.int
ans = 31847 -29593
```

Пример 5

Для созданного в примере 3 объекта `xin` вывести список основных свойств (полей) группы `fimath Properties`:

```
>> xin.fimath
ans =
      RoundMode: round
      OverflowMode: saturate
      ProductMode: FullPrecision
      MaxProductWordLength: 128
      SumMode: FullPrecision
      MaxSumWordLength: 128
      CastBeforeSum: true
```

Для данных с ФТ в группе `fimath Properties` представляют интерес два поля (два свойства) объекта `xin`:

- `xin.RoundMode` — отображает метод округления при представлении данных с ФТ (свойство `RoundMode` в табл. 1);

- `xin.OverflowMode` — отображает режим переполнения при сохранении данных в формате слова (свойство `OverflowMode` в табл. 1). Остальные поля отображают особенности арифметики при работе с двумя объектами `fi`.

Присвоим свойству `RoundMode` значение 'convergent' и сохраним объект `xin` на диске:

```
>> xin.RoundMode='convergent';
>> save xin
```

Пример 6

Для сохраненного на диске объекта `xin` (пример 5) вывести список основных свойств (полей) группы `numericType Properties`:

```
>> load xin
>> xin.numericType
ans =
      DataTypeMode: Fixed-point: binary point scaling
      Signed: true
      WordLength: 16
      FractionLength: 15
```

Свойство `DataTypeMode` отображает режим масштабирования данных с ФТ. Его значение `Fixed-point: binary point scaling` соответствует отсутствию масштабирования данных с ФТ (о нем см. далее).

Остальные значения полей (свойств) объекта `xin` согласованы с входными параметрами объекта `fi` и предназначены только для чтения.

Полные списки свойств (полей) объекта `xin` (пример 5), относящихся к группам `fimath Properties` и `numericType Properties`, выводятся с помощью функций `get(xin.fimath)` и `get(xin.numericType)`, а общий список свойств — с помощью функции `get(xin)`. В целях экономии места эти списки не приводятся.

Среди дополнительных свойств в группе `numericType Properties` представляют интерес дополнительные свойства, связанные с масштабированием данных с ФТ. Определяющим является свойство `Scaling`.

Пример 7

Для сохраненного на диске объекта `xin` (пример 5) вывести значение свойства `Scaling` в группе `numericType Properties`:

```
>> Scaling=get(xin.numericType,'Scaling')
Scaling = BinaryPoint
```

При значении свойства `Scaling: 'BinaryPoint'` (пример 6), когда масштабирование отсутствует, представляют интерес следующие дополнительные свойства:

- `FixedExponent` — отображает показатель степени при определении веса младшего бита $2^{\text{FixedExponent}}$ в заданном формате данных с ФТ;
- `Slope` — отображает точность представления дробной части данных с ФТ — вес младшего значащего бита $2^{\text{FixedExponent}}$ (шаг квантования).

Пример 8

Для сохраненного на диске объекта `xin` (пример 5) определить вес младшего бита и сравнить его с выведенным значением свойства `Slope`:

```
>> 2^(xin.FixedExponent)
ans = 3.0518e-005
>> Slope=get(xin.numericType,'Slope')
Slope = 3.0518e-005
```

Свойства группы `numericType Properties` невозможно изменить после создания объекта `fi`. Для того чтобы появилась возможность управлять ими при создании объекта, следует использовать другие форматы описания объекта `fi`.

Например, для масштабирования данных с ФТ, когда их значения можно будет изменять согласно формуле:

$$a_{\text{data}} = a_{\text{int}} \times \text{slope} + \text{bias}, \quad (1)$$

где a_{data} — десятичное число с ФТ (`xin.data`); a_{int} — целочисленный эквивалент (`xin.int`) десятичного числа a_{data} ; `bias` — смещение; `slope` — коэффициент масштабирования, равный:

$$\text{slope} = 2^{\text{FixedExponent}}, \quad (2)$$

следует выбрать формат:

```
xin=fi(v,s,w,slope,bias)
```

Здесь `slope` соответствует свойству `Slope` и управляет, согласно (1), масштабированием данных, а именно: распределением битов в слове длиной `WordLength` (свойство объекта `fi`). При `slope = 2^{\text{FixedExponent}}` длина дробной части в `WordLength` автоматически становится равной `FractionLength = -FixedExponent`, а старшие биты, длина которых составляет `(WordLength - FractionLength - 1)`, интерпретируются как целая часть двоичного числа; `bias` соответствует свойству `Bias` (выводится по команде `get`) и управляет, согласно (1), смещением `bias`.

При выборе данного формата описания объекта `fi` изменяются свойства создаваемого объекта `xin`, которые рекомендуется проверять. В частности, свойства `DataTypeMode` и `Scaling` принимают значения:

```
DataTypeMode: 'Fixed-point: slope and bias'
Scaling: 'SlopeBias'
```

Пример 9

Создать объект `fi` с именем `x1` и параметрами `w = 8`, `f = 7`, `s = 1` и выполнить квантование элементов вектора `a`:

```
>> a=[0.5555555 2.5555555];
>> x1=fi(a,1,8,7);
>> x1.data
ans = 0.5547    0.9922
>> x1.bin
ans = 01000111    01111111
>> x1.int
ans = 71 127
```

Как видим, число 2.5555555, большее единицы, в данном формате не может быть представлено, и для него использована арифметика насыщения: присвоено максимальное в данном формате значение 0,9922.

Рассмотрим, что изменится при значении $\text{slope} = 2^{\wedge}(-5)$, когда на дробную часть FractionLength будет отведено не 7, а 5 битов, и, соответственно, на целую часть — 2 бита (значение bias остается равным 0):

```
>> a=[0.5555555 2.5555555];
>> slope=2^(-5);
>> bias=0;
>> x2=fi(a,1,8,slope,bias);
>> x2.data
ans = 0.5625    2.5625
>> x2.bin
ans = 00010010  01010010
>> x2.int
ans = 18        82
```

Новое значение параметра slope изменило и сами десятичные числа с ФТ, и их двоичный и целочисленный эквиваленты. В двоичных эквивалентах биты, интерпретируемые как целая часть двоичного числа, выделены полужирным шрифтом. Используя правила перевода десятичных чисел (целых и дробных) в двоичные, нетрудно убедиться в соответствии чисел x2.data и их двоичных эквивалентов. Однако целочисленные эквиваленты вычисляются на основании новых двоичных эквивалентов по «старому» правилу, в чем также легко убедиться:

```
>> 0*2.^0+1*2.^1+0*2.^2+0*2.^3+1*2.^4+0*2.^5+0*2.^6
ans = 18
>> 0*2.^0+1*2.^1+0*2.^2+0*2.^3+1*2.^4+0*2.^5+1*2.^6
ans = 82
```

Покажем, что десятичные числа x2.data совпадают с рассчитанными по формуле (1):

```
>> 18*slope+bias
ans = 0.5625
>> 82*slope+bias
ans = 2.5625
```

Добавим параметр bias = 5 при том же значении $\text{slope} = 2^{\wedge}(-5)$:

```
>> a=[0.5555555 2.5555555];
>> bias=5;
>> slope=2^(-5);
>> x3=fi(a,1,8,slope,bias);
>> x3.data
ans = 1.0000    2.5625
>> x3.bin
ans = 10000000  10110010
>> x3.int
ans = -128     -78
```

Покажем, что десятичные числа x3.data совпадают с рассчитанными по формуле (1):

```
>> (-128)*slope+bias
ans = 1
>> (-78)*slope+bias
ans = 2.5625
```

Изменение данных с ФТ с помощью параметров slope и bias называется масштабированием данных с ФТ. Его не следует путать ни с нормированием исходных некантован-

ных данных, ни масштабированием с целью минимизации переполнений.

Формирование воздействия с ФТ

Сформировать воздействие с квантованными значениями, моделирующее цифровой сигнал с ФТ на выходе АЦП, можно одним из следующих двух способов:

- на основе объекта quantizer с помощью функции quantize;
- на основе объекта fi.

Отметим, что если исходные некантованные значения воздействия по модулю превосходят единицу, то предварительно их следует нормировать, а далее при вычислении реакции учитывать нормирующий множитель.

Пример 10

Сформировать воздействие xq1, моделирующее цифровой сигнал с ФТ на выходе 12-разрядного АЦП, на основе объекта quantizer с помощью функции quantize. В качестве исходного, дискретного, сигнала x_in с некантованными значениями (числами типа double) использовать равномерный белый шум, генерируемый с помощью функции rand(100,1), значения которой не превосходят единицу и потому не требуют нормирования. Сохранить векторы x_in и xq1 на диске.

Для формирования воздействия xq1 выполним следующие действия:

1. Создадим и сохраним на диске объект quantizer с именем q1, моделирующий 12-разрядное АЦП, со следующими свойствами (пример 1):

```
>> q1=quantizer('Mode','fixed','RoundMode','convergent',...
'OverflowMode','saturate','Format',[12 11])
q1 =
    DataMode = fixed
    RoundMode = convergent
    OverflowMode = saturate
    Format = [12 11]
>> save q1
```

2. Создадим вектор x_in некантованных значений — дискретный сигнал, который в данном случае представляет собой равномерный белый шум, и сохраним его на диске:

```
>> x_in=rand(100,1);
>> save x_in
```

3. С помощью функции quantize создадим вектор xq1 квантованных значений с ФТ — цифровой сигнал на выходе 12-разрядного АЦП — и сохраним его на диске:

```
>> xq1=quantize(q1,x_in);
>> save xq1
```

Пример 11

Сформировать воздействие xq2, моделирующее цифровой сигнал с ФТ на выходе 12-разрядного АЦП на основе объекта fi. В ка-

честве исходного дискретного сигнала с некантованными значениями использовать сохраненный на диске равномерный белый шум x_in (пример 10).

Для формирования воздействия xq2 выполним следующие действия:

1. Создадим вектор x_in некантованных значений — дискретный сигнал, в данном случае представляющий собой равномерный белый шум x_in:

```
>> load x_in
```

2. Создадим объект fi с именем xq2 и входными параметрами w = 12, f = 11, s = 1 и выполним квантование в векторе x_in:

```
>> xq2=fi(x_in,1,12,11);
```

Квантованные значения объекта xq2 хранятся в поле data, поэтому далее используется вектор xq2.data.

3. Установим требуемые свойства объекта xq2. Вывести полный список свойств объекта xq2 по команде get(xq2) и установить их требуемые значения.

Из соображений экономии места список свойств не приводится. В данном случае изменением только значения свойства RoundMode, а остальные установим по умолчанию (они аналогичны свойствам объекта в примере 10):

```
>> xq2.RoundMode='convergent';
```

4. Сохраним объект xq2 с новыми свойствами на диске:

```
>> save xq2
```

Критерии сравнения квантованного сигнала с некантованным

Для сравнения векторов с квантованными и некантованными элементами (квантованных и дискретных¹ сигналов) в качестве объективных критериев обычно используют нормы:

$$\|a-b\|_1 = \sum_{i=1}^m |a_i - b_i|; \quad (3)$$

$$\|a-b\|_\infty = \max_i |a_i - b_i|; \quad (4)$$

$$\|a-b\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^m |a_i - b_i|^2}, \quad (5)$$

где a, b — сравниваемые векторы (квантованный и дискретный сигналы); i — номер элемента; m — количество элементов.

¹ Условно это последовательность чисел с ПТ типа double.

Пример 12

Сравнить векторы `x_in` и `xq2.data` на основе норм (3–5), используя функцию `norm`:

```
>> norm((x_in-xq2.data),1)
ans = 0.0121
>> norm(x_in-xq2.data)
ans = 0.0014
>> norm((x_in-xq2.data),inf)
ans = 2.4133e-004
```

Полученные значения свидетельствуют о близости векторов.

Вычисление реакции ЦФ с ФТ

Для вычисления реакции ЦФ с ФТ, описанных в виде объектов `dfilt`, используется функция `filter`, простейший формат которой при нулевых начальных условиях имеет вид:

```
y=filter(Hd,x)
```

Здесь `Hd` — объект `dfilt`, описывающий КИХ- или БИХ-фильтр с ФТ; `x`, `y` — воздействие и реакция.

Реакция КИХ-фильтров с ФТ

Вычисление реакции КИХ-фильтров с ФТ поясним на примере. Воздействие сформируем на основе объекта `quantizer` с помощью функции `quantize` (пример 10).

Пример 13

Необходимо:

- вычислить реакцию `y_out` исходного КИХ-фильтра (объекта `Hf3`, пример 1 в [9]) на воздействие, заданное вектором `x_in` неквантованных значений (пример 10);
- вычислить реакцию `yq_out` КИХ-фильтра с ФТ с 16-разрядными коэффициентами (объекта `Hq3c1`, пример 5 в [9]) на воздействие, заданное вектором `xq1` квантованных 12-разрядных значений (пример 10);
- сравнить реакции `y_out` и `yq_out` на основе норм (3–5).

Для решения задачи выполним следующие действия:

1. Загрузим сохраненный КИХ-фильтр с ФТ (объект `Hq3c1`) и выведем список его свойств (для экономии места он не приводится, смысл свойств поясняется в [5]):

```
>> load Hq3c1
>> get(Hq3c1)
```

Изменим значения требуемых свойств объекта `Hq3c1` и сохраним объект `Hq3c1` с новыми свойствами на диске:

```
>> set(Hq3c1,'OverflowMode','saturate')
>> set(Hq3c1,'ProductMode','KeepMSB')
>> set(Hq3c1,'OutputMode','SpecifyPrecision')
>> set(Hq3c1,'OutputFracLength',15)
>> save Hq3c1
```

Если пользователь ориентируется на реализацию фильтра с ФТ на базе конкретного ЦПОС, то соответствующие значения свойств должны быть согласованы с характеристиками ЦПОС. В данном случае значения свойств выбраны из соображений разумной логики.

2. Вычислим реакции `y_out` и `yq_out` с помощью функции `filter`:

```
>> load Hf3
>> load x_in
>> y_out=filter(Hf3,x_in);
>> load Hq3c1
>> load xq1
>> yq_out=filter(Hq3c1,xq1);
```

После загрузки объектов `dfilt` в рабочее пространство **Workspace** рекомендуется просмотреть, какие переменные для объекта `dfilt` были использованы по умолчанию, во избежание их дублирования.

Реакция `y_out` исходного КИХ-фильтра на воздействие `x_in` представляет собой вектор неквантованных значений. Длины векторов `x_in` и `y_out` совпадают.

Реакция `yq_out` КИХ-фильтра с ФТ представляет собой объект `fi`. Квантованные значения объекта `yq_out` хранятся в поле `data`, поэтому далее используется вектор `yq_out.data`. Длины векторов `xq1` и `yq_out.data` совпадают.

3. Сравним векторы `y_out` и `yq_out.data` на основе норм (3–5):

```
>> norm((y_out-yq_out.data),1)
ans = 0.0056
>> norm(y_out-yq_out.data)
ans = 7.2107e-004
>> norm((y_out-yq_out.data),inf)
ans = 2.1064e-004
```

Полученные значения свидетельствуют о близости векторов.

Реакция БИХ-фильтров с ФТ

Вычисление реакции БИХ-фильтров с ФТ поясним на примере. Воздействие сформируем на основе объекта `fi` (пример 10).

Пример 14

Необходимо:

- вычислить реакцию `Y_OUT` исходного БИХ-фильтра (объекта `Hn`, пример 4 в [10]) на воздействие, заданное вектором `x_in` неквантованных значений (пример 11);
- вычислить реакцию `YQ_OUT` БИХ-фильтра с ФТ с 16-разрядными коэффициентами (объекта `Hqn2`, пример 5 в [10]) на воздействие, заданное вектором `xq2` квантованных 12-разрядных значений (пример 11);
- сравнить реакции `Y_OUT` и `YQ_OUT` на основе норм (3–5).

Для решения задачи выполним следующие действия:

1. Загрузим сохраненный БИХ-фильтр с ФТ (объект `Hqn2`) и выведем список его свойств

(для экономии места он не приводится, смысл свойств поясняется в [5]):

```
>> load Hqn2
>> get(Hqn2)
```

Изменим значения требуемых свойств объекта `Hqn2` и сохраним созданный объект `Hqn2` с новыми свойствами на диске:

```
>> set(Hqn2,'OverflowMode','saturate')
>> set(Hqn2,'ProductMode','KeepMSB')
>> set(Hqn2,'OutputMode','SpecifyPrecision')
>> set(Hqn2,'OutputFracLength',15)
>> set(Hqn2,'StageInputAutoScale',0)
>> set(Hqn2,'StageInputFracLength',15)
>> set(Hqn2,'StageOutputAutoScale',0)
>> set(Hqn2,'StageOutputFracLength',15)
>> save Hqn2
```

2. Вычислим реакции `Y_OUT` и `YQ_OUT` с помощью функции `filter`:

```
>> load Hn
>> load x_in
>> Y_OUT=filter(Hn,x_in);
>> load xq2
>> load Hqn2
>> YQ_OUT=filter(Hqn2,xq2);
```

Реакция `Y_OUT` исходного БИХ-фильтра на воздействие `x_in` представляет собой вектор неквантованных значений. Длины векторов `x_in` и `Y_OUT` совпадают.

Реакция `YQ_OUT` БИХ-фильтра с ФТ представляет собой объект `fi`. Квантованные значения объекта `YQ_OUT` хранятся в поле `data`, поэтому далее используется вектор `YQ_OUT.data`. Длины векторов `xq2` и `YQ_OUT.data` совпадают.

3. Сравним векторы `Y` и `Y1.data` на основе норм (3–5):

```
>> norm((Y_OUT-YQ_OUT.data),1)
ans = 0.0177
>> norm(Y_OUT-YQ_OUT.data)
ans = 0.0023
>> norm((Y_OUT-YQ_OUT.data),inf)
ans = 5.6329e-004
```

Полученные значения свидетельствуют о близости векторов.

Литература

1. Ingle V., Proakis J. Digital Signal Processing Using MATLAB. Second Edition. Thomson.
2. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2006.
3. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов, 2-е изд. СПб.: ПИТЕР, 2006.
4. Солонина А. И., Улахович Д. А., Арбузов С. М., Соловьева Е. Б. Основы цифровой обработки сигналов. 2-е изд. СПб.: БХВ-Петербург, 2005.
5. Солонина А. И., Арбузов С. М. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в MATLAB. СПб.: БХВ-Петербург, 2008.
6. Солонина А. Моделирование цифровой обработки сигналов в MATLAB. Часть 1. Синтез оп-

- тимальных (по Чебышеву) КИХ-фильтров программными средствами MATLAB // Компоненты и технологии. 2008. № 11.
7. Солонина А. Моделирование цифровой обработки сигналов в MATLAB. Часть 2. Синтез оптимальных БИХ-фильтров программными средствами MATLAB // Компоненты и технологии. 2008. № 12.
8. Солонина А. Моделирование цифровой обработки сигналов в MATLAB. Часть 3. Описание структур КИХ- и БИХ-фильтров в MATLAB // Компоненты и технологии. 2009. № 1.
9. Солонина А. Моделирование цифровой обработки сигналов в MATLAB. Часть 4. Моделирование структур цифровых фильтров с фиксированной точкой программными средствами MATLAB: анализ характеристик КИХ-фильтров // Компоненты и технологии. 2009. № 2.
10. Солонина А. Моделирование цифровой обработки сигналов в MATLAB. Часть 5. Моделирование структур цифровых фильтров с фиксированной точкой программными средствами MATLAB: анализ характеристик БИХ-фильтров // Компоненты и технологии. 2009. № 3.