

Моделирование цифровой обработки сигналов в MATLAB.

Часть 2. Синтез оптимальных БИХ-фильтров программными средствами MATLAB

Алла СОЛОНИНА

Основные этапы проектирования цифровых фильтров (КИХ и БИХ) были рассмотрены в [6]. В этой статье автор знакомит читателей с синтезом оптимальных БИХ-фильтров — первым этапом их проектирования.

Свойства БИХ-фильтров

БИХ-фильтр описывается передаточной функцией общего вида:

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i}}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k z^{-k}} \quad (1)$$

и при $(N-1) \leq (M-1)$ (по умолчанию) имеет порядок $R = M-1$.

Сложность БИХ-фильтра определяется порядком R передаточной функции (1).

БИХ-фильтры характерны следующими особенностями:

- нелинейной ФЧХ;
- необходимостью проверки на устойчивость.

Задание требований к частотным характеристикам БИХ-фильтров

При синтезе частотно-избирательных БИХ-фильтров с существенно нелинейной ФЧХ последняя обычно не контролируется, и требования задаются к АЧХ. Они не отличаются от требований к АЧХ КИХ-фильтров, за тем исключением, что для рассматриваемого далее метода синтеза значение АЧХ в полосе пропускания не превышает единицы. Кроме того, для БИХ-фильтров требования задаются к характеристике затухания — АЧХ (дБ) (см. формулу (6) в [6]) и включают в себя:

- частоту дискретизации f_d (Гц);
- граничные частоты полос пропускания (ПП) и полос задерживания (ПЗ), для которых введены условные обозначения:
 - f_{χ} — граничная частота ПП для ФНЧ и ФВЧ;

- f_k — граничная частота ПЗ для ФНЧ и ФВЧ;
- $f_{-\chi}, f_{\chi}$ — левая и правая граничные частоты ПП для ПФ и РФ;
- f_{-k}, f_k — левая и правая граничные частоты ПЗ для ПФ и РФ;
- допустимые отклонения от $\hat{A}(f)$ (дБ) (см. формулу (6) в [6]):
 - a_{\max} (дБ) — максимально допустимое затухание в ПП;
 - a_{\min} (дБ) — минимально допустимое затухание в ПЗ.

В статье рассматривается синтез оптимальных БИХ-фильтров методом билинейного Z -преобразования на основе аналоговых фильтров-прототипов (АФП).

Идея синтеза БИХ-фильтров на основе АФП возникла из желания воспользоваться давно известными и хорошо себя зарекомендовавшими методами синтеза аналоговых фильтров. Обоснование такой возможности вытекает из следующих положений:

- передаточные функции АФП и БИХ-фильтров — дробно-рациональные;
- импульсные характеристики АФП и БИХ-фильтров — бесконечные.

Для того чтобы подчеркнуть контраст типа фильтра (аналоговый или цифровой), будем использовать аббревиатуры АФП и ЦФ, по умолчанию подразумевая под ЦФ БИХ-фильтр.

Процедура синтеза БИХ-фильтра

Процедура синтеза ЦФ на основе АФП включает в себя [4]:

1. Задание требований к АЧХ ЦФ.
2. Выбор метода синтеза.
3. Формирование требований к АЧХ АФП.
4. Выбор типа аппроксимирующей функции. Четырем типам аппроксимирующих функций соответствуют четыре разновидности аналоговых (и цифровых) фильтров:

- Баттерворта (Butterworth) — с АЧХ, максимально плоской в ПП и монотонной в ПЗ;
- Чебышева I рода (Chebyshev Type I) — с АЧХ, равноволновой в ПП и монотонной в ПЗ;
- Чебышева II рода (Chebyshev Type II) — с АЧХ, максимально плоской в ПП и равноволновой в ПЗ;
- Золотарева – Кауэра (эллиптические фильтры) (Elerptic) — с АЧХ, равноволновой в ПП и ПЗ.

5. Расчет передаточной функции АФП.

6. Преобразование передаточной функции АФП в передаточную функцию ЦФ.

Для лучшего понимания синтеза в MATLAB ЦФ на основе АФП коротко познакомимся с синтезом АФП.

Синтез аналоговых фильтров

Синтез частотно-избирательных АФП Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра выполняется соответственно с помощью функций:

```
[bs,as]=butter(R,Wn,ftype,'s')
[bs,as]=cheby1(R,rp,Wn,ftype,'s')
[bs,as]=cheby2(R,rs,Wn,ftype,'s')
[bs,as]=ellip(R,rp,rs,Wn,ftype,'s')
```

Здесь R — порядок АФП; Wn — вектор частот среза в шкале $\omega = 2\pi f$ (рад/с), содержащий один элемент — для ФНЧ и ФВЧ и два — для ПФ и РФ (частотами среза называют частоты, на которых нормированная АЧХ АФП $\hat{A}(f)$ равна $1/\sqrt{2} \approx 0,707$, а $\hat{A}(f)$ (дБ) — 3 дБ); rp, rs — соответственно максимально и минимально допустимые затухания a_{\max} (дБ) в ПП и a_{\min} (дБ) в ПЗ для $\hat{A}(f)$ (дБ); $ftype$ — параметр, указывающий тип избирательности и принимающий значения: 'high' — для ФВЧ; 'stop' — для РФ; по умолчанию (если

значение параметра не задано явно) — для ФНЧ и ПФ; 's' — признак аналогового фильтра, при его отсутствии по умолчанию подразумевается ЦФ; **bs, as** — векторы коэффициентов числителя и знаменателя передаточной функции АФП $H_a(p)$ в порядке возрастания степеней p ; $as(1) = 1$.

Выходными параметрами могут быть также нули, полюсы и коэффициент усиления передаточной функции, представленной в виде произведения простейших множителей. Соответствующий формат будет приведен для ЦФ.

Как правило, при синтезе АФП порядок фильтра (R) и частоты среза (Wn) заранее неизвестны. Их можно определить по требованиям к АЧХ с помощью следующих функций, соответственно для АФП Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра:

```
[R,Wn]=buttord(Wp,Ws,rp,rs,'s')
[R,Wn]=cheb1ord(Wp,Ws,rp,rs,'s')
[R,Wn]=cheb2ord(Wp,Ws,rp,rs,'s')
[R,Wn]=ellipord(Wp,Ws,rp,rs,'s')
```

Здесь R — минимальный порядок при заданных требованиях, соответствующий оптимальному АФП; Wp, Ws — соответственно векторы граничных частот ПП и ПЗ в порядке их следования слева направо в шкале частот $\omega = 2\pi f$ (рад/с). Остальные параметры были определены ранее.

Пример 1

Синтезировать оптимальные АФП Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра по заданным требованиям к АЧХ ФНЧ (см. табл. 3 в [6]). Значения $a_{max} = 0,4455$ дБ и $a_{min} = 40$ дБ (**rp** и **rs**) были вычислены в [6] в примере 1:

```
>> ft=1000; fk=1500;
>> Wp=2.*pi.*ft; Ws=2.*pi.*fk;
>> rp=0.4455; rs=40;
>> [R1,Wn1]=buttord(Wp,Ws,rp,rs,'s');
>> [R2,Wn2]=cheb1ord(Wp,Ws,rp,rs,'s');
>> [R3,Wn3]=cheb2ord(Wp,Ws,rp,rs,'s');
>> [R4,Wn4]=ellipord(Wp,Ws,rp,rs,'s');
>> [bs1,as1]=butter(R1,Wn1,'s');
>> [bs2,as2]=cheby1(R2,rp,Wn2,'s');
>> [bs3,as3]=cheby2(R3,rs,Wn3,'s');
>> [bs4,as4]=ellip(R4,rp,rs,Wn4,'s');
```

Выведем значения порядков $R1, R2, R3$, и $R4$ соответственно оптимальных ФНЧ Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра:

```
>> R=[R1 R2 R3 R4]
R =
    15     7     7     5
```

Наименьший порядок имеет ФНЧ Золотарева – Кауэра.

Построим графики АЧХ аналоговых ФНЧ Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра на густой сетке частот (выберем 1000 точек) и выведем их в основной полосе частот $[0; f_d/2]$ ЦФ при частоте дискретизации 8000 Гц (для сравнения с ним впоследствии).

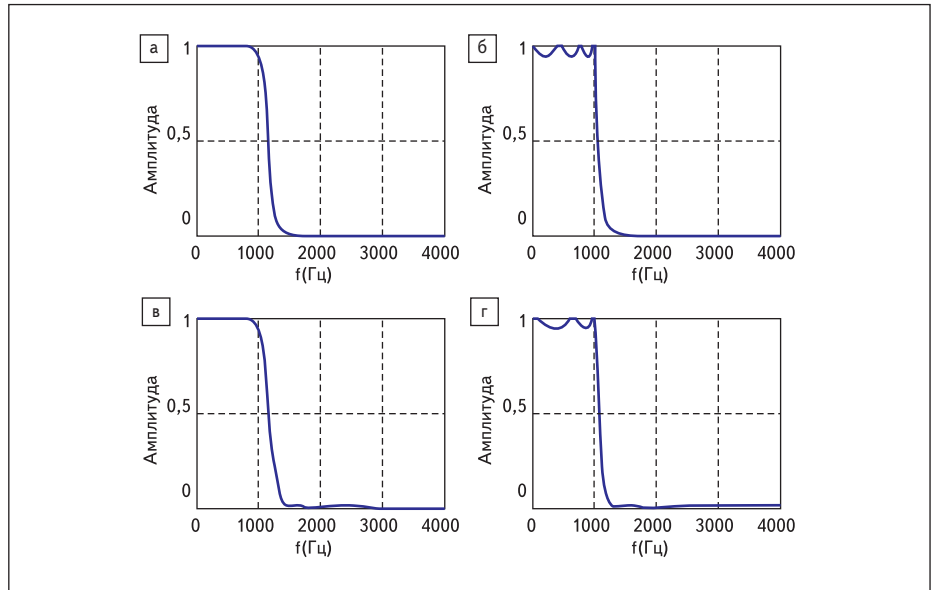


Рис. 1. АЧХ аналоговых ФНЧ: а) Баттерворта; б) Чебышева I рода; в) Чебышева II рода; г) Золотарева – Кауэра

Для построения графиков АЧХ АФП используем функцию:

```
Ha=freqs(bs,as,W)
```

где **bs, as** — коэффициенты числителя и знаменателя передаточной функции АФП; **W** — вектор, задающий сетку частот в шкале $\omega = 2\pi f$ (рад/с).

Выведем значения АЧХ всех АФП в одинаковом диапазоне $[0;1]$ по оси ординат с помощью функции **yylim([0 1])** (рис. 1):

```
>> %f — густая сетка частот в Гц
>> %W — густая сетка круговых частот в рад/с
>> %Ha1,Ha2,Ha3,Ha4 — передаточные функции АФП Баттерворта,
... Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра
>> Fs=8000;
>> f=0:(Fs/2)/1000:Fs/2;
>> W=2.*pi.*f;
>> Ha1=freqs(bs1,as1,W); MAG1=abs(Ha1);
>> Ha2=freqs(bs2,as2,W); MAG2=abs(Ha2);
>> Ha3=freqs(bs3,as3,W); MAG3=abs(Ha3);
>> Ha4=freqs(bs4,as4,W); MAG4=abs(Ha4);
>> subplot(2,2,1),plot(f,MAG1,xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Butterworth'),ylim([0 1])
>> subplot(2,2,2),plot(f,MAG2,xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Chebyshev I'),ylim([0 1])
>> subplot(2,2,3),plot(f,MAG3,xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Chebyshev II'),ylim([0 1])
>> subplot(2,2,4),plot(f,MAG4,xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Eleptic'),ylim([0 1])
```

Синтез БИХ-фильтров методом билинейного Z-преобразования

Отображение p -плоскости в z -плоскость выполняется в соответствии с формулой билинейного Z-преобразования:

$$p = \gamma \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}, \quad (2)$$

где $\gamma = 1/T$, получаемой из стандартного Z-преобразования $z = e^{pT} \rightarrow p = (1/T)\ln z$ путем разложения $\ln z$ в ряд Тейлора:

$$\ln z = 2 \left[\frac{z-1}{z+1} + \frac{(z-1)^3}{(z+1)^3} + \dots \right]$$

и сохранения первого члена.

Формула (2) позволяет представить передаточную функцию ЦФ $H(z)$ на основе передаточной функции АФП $H_a(p)$:

$$H(z) = H_a(p) \Big|_{p = \gamma \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} \quad (3)$$

Используя (2), выражаем z через p :

$$z = (\gamma+p)/(\gamma-p).$$

И подставляя $z = re^{j\omega}$ и $p = j\Omega$, где $j\Omega$ — обозначение оси частот АФП (во избежание путаницы), получаем:

$$e^{j\hat{\omega}} = \frac{\gamma + j\Omega}{\gamma - j\Omega} = e^{j2\arctg \frac{\Omega}{\gamma}} \quad (4)$$

Откуда имеем нелинейные зависимости между частотами АФП и ЦФ:

$$\Omega = \gamma \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} = \gamma \operatorname{tg} \frac{\hat{\omega}}{2}; \quad (5)$$

$$\omega = \gamma \operatorname{arctg} \frac{\Omega T}{2}. \quad (6)$$

Согласно (4), ось частот $j\Omega$ p -плоскости, как и при стандартном Z-преобразовании, отображается на z -плоскости в единичную окружность (радиус равен единице), однако каждому ее обороту (изменению нормированной частоты на $\Delta\hat{\omega} = 2\pi$), а именно: $\dots, -3\pi < \hat{\omega} < -\pi, -\pi < \hat{\omega} < \pi, \pi < \hat{\omega} < 3\pi, \dots$, соответствует не отрезок оси, как при стандартном Z-преобразовании, а вся ось $j\Omega$ (так как зави-

симость между частотами определяется функцией $\arctg: \dots, -\infty < \Omega < \infty, -\infty < \Omega < \infty, -\infty < \Omega < \infty, \dots$

Связь между частотными характеристиками АФП и ЦФ, соответственно $H(e^{j\omega T})$ и $H_a(j\omega)$, имеет вид [1, 4]:

$$H(e^{j\omega T}) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_a \left[j \left(\omega + m \frac{2\pi}{T} \right) \right]. \quad (7)$$

При этом частотная характеристика АФП $H_a(j\Omega)$, бесконечная в шкале частот Ω , в шкале частот ω , согласно (6), сжимается в отрезок $\Delta\omega = \omega_d$, то есть становится финитной. Соответственно, частотная характеристика ЦФ $H(e^{j\omega T})$, согласно (7), оказывается равной (с точностью до множителя $1/T$) бесконечной сумме копий финитных частотных характеристик АФП длины $\Delta\omega = \omega_d$, сдвинутых друг относительно друга на частоту ω_d . Вследствие этого элайсинг (Aliasing) принципиально отсутствует, и АЧХ ЦФ и АФП в основной полосе частот $[0; \omega_d/2]$ совпадают (с учетом нелинейной зависимости между частотами). «Платой» за отсутствие элайсинга, помимо нелинейной зависимости между частотами АФП и ЦФ, будет полное несовпадение их импульсных характеристик и ФЧХ.

Метод билинейного Z -преобразования реализуется по-разному, в зависимости от поставленной задачи, а именно:

- Если ЦФ синтезируется на основе имеющегося АФП (копирует его АЧХ с учетом нелинейного соотношения между частотами), то в этом случае удобно воспользоваться функцией **bilinear** следующих основных форматов:

```
[b,a]=bilinear(bs,as,Fs,[Fp])
[q,p,K]=bilinear(qs,ps,Ks,Fs,[Fp])
```

Здесь **bs, as** — векторы коэффициентов числителя и знаменателя передаточной функции АФП $H_a(p)$ в порядке возрастания степеней p ; $as(1)=1$; **Fs** — частота дискретизации f_d (Гц); **Fp** — необязательный параметр — частота f (Гц), на которой значения АЧХ АФП и ЦФ должны совпадать; **b, a** — векторы коэффициентов числителя и знаменателя передаточной функции ЦФ $H(z)$ (1) в порядке возрастания отрицательных степеней z ; $a(1)=1$; **q, p, K** — соответственно векторы нулей и полюсов и коэффициент усиления передаточной функции, представленной в виде произведения простейших множителей:

$$H(z) = b_0 \prod_{k=1}^{M-1} \frac{(1 - z_{ok} z^{-1})}{(1 - z_{*k} z^{-1})}; \quad (8)$$

где z_{ok}, z_{*k} — соответственно k -е нуль и полюс передаточной функции (1), а b_0 — коэффициент усиления; **qs, ps, Ks** — аналогичные параметры для передаточной функции АФП.

- Если ЦФ синтезируется непосредственно по заданным требованиям к АЧХ, то в этом случае процедура синтеза подобна рассмо-

тренной ранее для АФП, более того, используются те же функции, но без параметра 's':

```
[b,a]=butter(R,WdN,ftype)
[b,a]=cheby1(R,rp,WdN,ftype)
[b,a]=cheby2(R,rs,WdN,ftype)
[b,a]=ellip(R,rp,rs,WdN,ftype)
```

Здесь **R** — порядок ЦФ; **WdN** — вектор нормированных частот среза в шкале \hat{f} (частота среза называют частоты, на которых нормированная АЧХ ЦФ $\hat{A}(f)$ равна $1/\sqrt{2} \approx 0,707$, а $\hat{A}(f)$ (дБ) — 3 дБ), содержащий один элемент для ФНЧ и ФВЧ, равный:

$$WdN(1) = \hat{f}_0 = \frac{f_0}{f_d/2},$$

где f_0 — абсолютная частота среза, и два — для ПФ и РФ, равные:

$$WdN(1) = \hat{f}_{01} = \frac{f_{01}}{f_d/2};$$

$$WdN(1) = \hat{f}_{02} = \frac{f_{02}}{f_d/2},$$

где f_{01}, f_{02} — абсолютные частоты среза; **rp, rs** — соответственно максимально и минимально допустимые затухания a_{\max} (дБ) в ПП и a_{\min} (дБ) в ПЗ для $\hat{A}(f)$ (дБ) (они совпадают с допустимыми отклонениями для АФП); **ftype** — параметр, указывающий тип избирательности и принимающий значения: 'high' — для ФВЧ; 'stop' — для РФ; по умолчанию (если значение параметра не задано явно) — для ФНЧ и ПФ; **b, a** — векторы коэффициентов числителя и знаменателя передаточной функции ЦФ (1) в порядке возрастания отрицательных степеней z где $a(1)=1$.

Примечание. Здесь и далее в обозначениях частот ЦФ добавлена буква "D" от слова "Digital". Согласно (5–6) зависимость между частотами WdN и Wn нелинейная.

При синтезе ЦФ Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра по методу билинейного Z -преобразования свойство оптимальности ЦФ сохраняется: синтезируемый ЦФ, подобно АФП, при заданных требованиях к АЧХ (характеристике затухания) имеет минимальный порядок.

Расчет минимального порядка R и вектора частот среза WdN для ЦФ Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра выполняется с помощью тех же функций, что и для АФП, но без параметра 's':

```
[R,WdN]=buttord(WDp,WdS,rp,rs)
[R,WdN]=cheb1ord(WDp,WdS,rp,rs)
[R,WdN]=cheb2ord(WDp,WdS,rp,rs)
[R,WdN]=ellipord(WDp,WdS,rp,rs)
```

Здесь **WDp, WdS** — соответственно векторы граничных нормированных частот ПП и ПЗ в порядке их следования слева направо в шкале \hat{f} . Остальные параметры были определены ранее.

При синтезе ЦФ с помощью данных функций в MATLAB реализуется алгоритм билинейного Z -преобразования, а именно:

- по требованиям к АЧХ ЦФ автоматически формируются требования к АЧХ АФП путем пересчета граничных частот по формуле (5);
- синтезируется АФП;
- в соответствии с (3) передаточная функция АФП $H_a(p)$ преобразуется в передаточную функцию ЦФ $H(z)$ (1).

Подобно функциям bilinear, выходными параметрами функций butter, cheby1, cheby2 и ellip могут быть [q,p,K].

Приведем примеры синтеза оптимальных БИХ-фильтров ФНЧ и ПФ непосредственно по заданным требованиям к АЧХ (дБ) ЦФ.

Пример 2

Заданы требования к АЧХ ФНЧ (табл. 3 и пример 2 в [6]). Значения $a_{\max} = 0,4455$ дБ и $a_{\min} = 40$ дБ (rp и rs) были вычислены в [6] в примере 1. Синтезировать оптимальные БИХ-фильтры Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра методом билинейного Z -преобразования:

```
>> Fs=8000;
>> ft=1000; fk=1500;
>> ft=1000; fk=1500;
>> [R2,WdN2]=cheb1ord(WDp,WdS,rp,rs);
>> [R3,WdN3]=cheb2ord(WDp,WdS,rp,rs);
>> [R4,WdN4]=ellipord(WDp,WdS,rp,rs);
>> [b1,a1]=butter(R1,WdN1);
>> [b2,a2]=cheby1(R2,rp,WdN2);
>> [b3,a3]=cheby2(R3,rs,WdN3);
>> [b4,a4]=ellip(R4,rp,rs,WdN4);
```

Выведем рассчитанные значения порядков $R1, R2, R3$, и $R4$ соответственно оптимальных ФНЧ Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра:

```
>> R=[R1 R2 R3 R4]
R =
    12     7     7     5
```

Поскольку свойство оптимальности синтезируемых ЦФ сохраняется, их порядки совпадают с порядками соответствующих АФП (переменная R в примере 1).

Построим графики АЧХ БИХ-фильтров ФНЧ Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра на густой сетке частот (выберем 1000 точек) в основной полосе $[0; f_d/2]$ и одинаковом диапазоне $[0;1]$ по оси ординат, установленном с помощью функции ylim([0 1]). АЧХ рассчитывается с помощью функции freqz (рис. 2):

```
>> %f — густая сетка частот
>> %Ha1,Ha2,Ha3,Ha4 — передаточные функции АФП Баттерворта,
... Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра
>> Fs=8000;
>> f=0:(Fs/2)/1000:Fs/2;
>> Ha1=freqz(b1,a1,f,Fs); MAG1=abs(Ha1);
>> Ha2=freqz(b2,a2,f,Fs); MAG2=abs(Ha2);
>> Ha3=freqz(b3,a3,f,Fs); MAG3=abs(Ha3);
>> Ha4=freqz(b4,a4,f,Fs); MAG4=abs(Ha4);
>> subplot(2,2,1),plot(f,MAG1,xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Digital Filter Butterworth'),ylim([0 1])
>> subplot(2,2,2),plot(f,MAG2,xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Digital Filter Chebyshev I'),ylim([0 1])
```

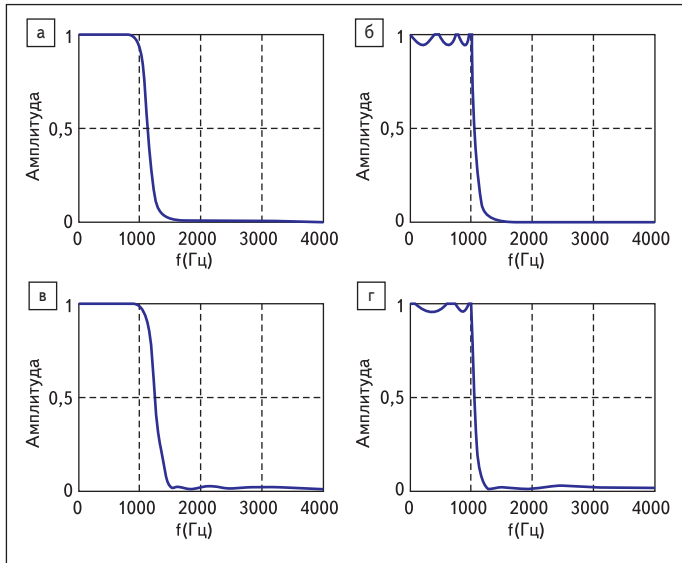


Рис. 2. АЧХ БИХ-фильтров ФНЧ:

а) Баттерворта; б) Чебышева I рода; в) Чебышева II рода; г) Золотарева – Кауэра

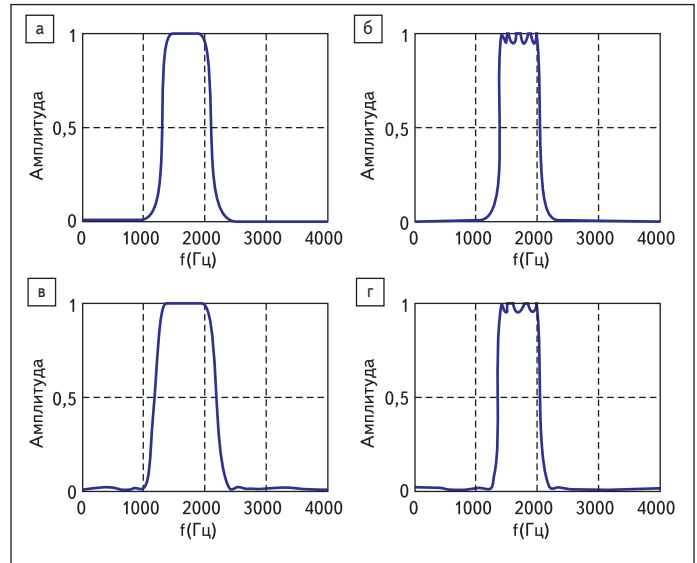


Рис. 3. АЧХ БИХ-фильтров ПФ:

а) Баттерворта; б) Чебышева I рода; в) Чебышева II рода; г) Золотарева – Кауэра

```
>> subplot(2,2,3),plot(f,MAG3);xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Digital Filter Chebyshev II'),ylim([0 1])
>> subplot(2,2,4),plot(f,MAG4);xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Digital Filter Eleptic'),ylim([0 1])
```

Пример 3

Заданы требования к АЧХ ПФ (табл. 4 и пример 3 в [6]). Значения $a_{\max} = 0,4455$ дБ и $a_{\min} = 40$ дБ (r_p и r_s) были вычислены в [6] в примере 1. Синтезировать оптимальные БИХ-фильтры Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра методом билинейного Z-преобразования.

Параметры WD_p и WD_s представляют собой векторы из двух элементов:

```
>> Fs=8000;
>> fk1=1000; ft1=1400; ft2=2000; fk2=2400;
>> ft=[ft1 ft2]; fk=[fk1 fk2];
>> WDp=ft./(Fs/2); WDs=fk./(Fs/2);
>> rp=0.4455; rs=40;
>> [R1,WDn1]=buttord(WDp,WDs,rp,rs);
>> [R2,WDn2]=cheb1ord(WDp,WDs,rp,rs);
>> [R3,WDn3]=cheb2ord(WDp,WDs,rp,rs);
>> [R4,WDn4]=ellipord(WDp,WDs,rp,rs);
>> [b1,a1]=butter(R1,WDn1);
>> [b2,a2]=cheby1(R2,rp,WDn2);
>> [b3,a3]=cheby2(R3,rs,WDn3);
>> [b4,a4]=ellip(R4,rp,rs,WDn4);
```

Выведем рассчитанные значения порядков R_1 , R_2 , R_3 , и R_4 соответственно оптимальных ПФ Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра:

```
>> R=[R1 R2 R3 R4]
R =
     7     5     5     4
```

Наименьший порядок имеет ФНЧ Золотарева – Кауэра.

Графики АЧХ БИХ-фильтров (рис. 3) ПФ Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева – Кауэра строятся так же, как для ФНЧ (пример 2).

Анализ БИХ-фильтра

В состав MATLAB входит программа GUI FVTool (Filter Visualization Tool — средства визуализации фильтра), предназначенная для анализа характеристик синтезированных ЦФ в окне **Figure : Filter Visualization Tool**, обращение к которой производится с помощью функции `fvtool`:

```
fvtool(b,a)
```

Здесь **b**, **a** — векторы коэффициентов передаточной функции БИХ-фильтра.

Литература

1. Ingle V., Proakis J. Digital Signal Processing Using MATLAB. Second Edition — Thomson.
2. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2006.
3. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов, 2-е изд. СПб.: ПИТЕР, 2006.
4. Солонина А. И., Улахович Д. А., Арбузов С. М., Соловьева Е. Б. Основы цифровой обработки сигналов. 2-е изд. СПб.: БХВ-Петербург, 2005.
5. Солонина А. И., Арбузов С. М. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в MATLAB. СПб.: БХВ-Петербург, 2008.
6. Солонина А. Моделирование цифровой обработки сигналов в MATLAB. Часть 1. Синтез оптимальных (по Чебышеву) КИХ-фильтров программными средствами MATLAB // Компоненты и технологии. 2008. № 11.