

Применение быстрого преобразования Фурье

в цифровых запоминающих осциллографах

В статье рассмотрены основы теоретического и практического применения быстрого преобразования Фурье в цифровых запоминающих осциллографах. Приведены экспериментальные данные по оценке метрологических характеристик осциллографа в режиме преобразования Фурье.

Алексей Пивак

pivak@prist.com

Большинство современных цифровых запоминающих осциллографов (ЦЗО) оснащены алгоритмом быстрого преобразования Фурье (БПФ) для проведения анализа сигнала не только во временной, но и в частотной области. Этот алгоритм особенно полезен для пользователей, которым необходимо проводить спектральный анализ, но у которых отсутствуют специализированные приборы типа анализаторов спектра (АС). При этом пользователям надо четко представлять, что ЦЗО является, прежде всего, осциллографом, а не средством измерения частотного спектра, хотя у него и есть такая возможность. Поэтому метрологические характеристики ЦЗО в режиме БПФ не нормируются. Несмотря на это и тот факт, что АС имеют лучший динамический диапазон и меньшие искажения, с помощью БПФ ЦЗО можно получить полезные результаты. Однако в отличие от АС получение такого результата во многом будет зависеть оттого, насколько хорошо пользователь осведомлен о работе алгоритма БПФ и его режимах, о виде исследуемого сигнала, а также об ограничениях, накладываемых аппаратной и программной частями ЦЗО. Далее в статье рассмотрены теоретические и практические основы применения БПФ в ЦЗО [1, 2].

Рассмотрим некоторые свойства дискретного преобразования Фурье (ДПФ), чтобы определить ограничения в использовании БПФ для спектрального анализа. ДПФ представляет собой дискретные отсчеты непрерывного преобразования Фурье (разложение в ряд Фурье). Поскольку разложение в ряд Фурье подразумевает наличие бесконечной во времени функции данных, чего на практике не существует, для ДПФ бесконечная последовательность формируется репликацией данной конечной последовательности. Если начальные и конечные точки последовательности не согласованы, то полученная функция бесконечной последовательности будет иметь разрывы первого рода. Такой разрыв во временной области приводит к эффекту спектрального пролезания в частотной области, проявляющемуся

в виде растягивания четких спектральных линий в широкую полосу. Данный эффект может привести к потере полезного сигнала, который будет скрыт широкой спектральной полосой другого сигнала.

БПФ является алгоритмом для вычисления ДПФ, который позволяет сократить количество математических операций и соответственно время вычисления по сравнению с непосредственным расчетом ДПФ. Существует несколько подвидов алгоритма БПФ. Не останавливаясь на их подробном описании, выделим важные для практического применения особенности:

- количество точек для БПФ должно быть пропорционально, а для большинства случаев равно 2^N , где N — целое число;
- разрешение по частоте ΔF , получаемое при спектральном анализе с помощью БПФ, вычисляется по формуле:

$$\Delta F = F_s/M, \quad (1)$$

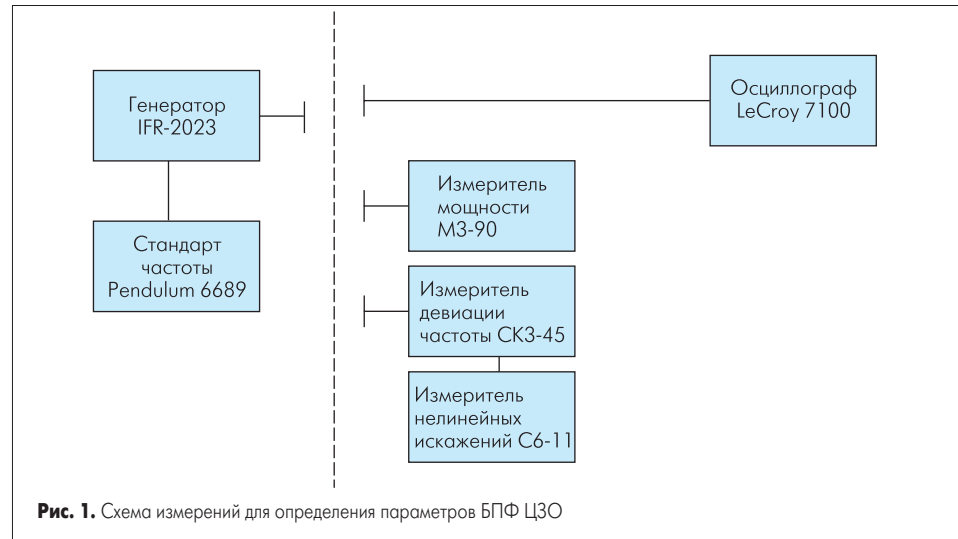
где M — количество временных отсчетов сигнала, используемых для БПФ, F_s — частота дискретизации ЦЗО. Частота дискретизации должна удовлетворять условиям теоремы Котельникова, то есть быть как минимум в 2 раза больше максимально необходимого для спектрального анализа частотного компонента входного сигнала.

В ЦЗО алгоритм БПФ применяется только для тех точек, отображающих входной сигнал, которые находятся на экране осциллографа. Количество захваченных точек может не быть точно равно 2^N , поэтому для работы алгоритма БПФ последовательность либо укорачивается до нужного числа точек, либо в конец последовательности добавляются нули для достижения нужного числа точек. Как следует из формулы (1), увеличение точек для БПФ увеличивает разрешение по частоте. Но добавление нулей хотя и не изменяет форму сигнала во временной области, может вызвать эффект искажения его спектра. Для предотвращения этого эффекта, а также спектрального пролезания применяют так называемые функции окна.

Примерным объяснением функции окна может являться аналогия с пропускающим фильтром АС. Исходя из этого, функция окна будет выделять спектральные линии из шумов и уменьшать ширину спектральных линий. Однако надо иметь в виду, что применение окон вносит изменения в полученный набор точек для БПФ и может привести к искажению спектра сигнала. Например, такие искажения могут появиться, если сигнал расположен не в центре экрана ЦЗО [3].

Вид функции окна определяет получаемые характеристики эквивалентного фильтра: ширину полосы пропускания, неравномерность амплитуды в полосе пропускания и уровень подавления помех относительно полезного сигнала. Поскольку идеальных фильтров не бывает, в БПФ используются различные виды окон. Рассмотрим две основные функции окна: прямоугольного (не вносит никаких изменений в сигнал) и плоского окна. Прямоугольное окно обеспечивает самую узкую полосу пропускания, равную разрешению по частоте (1), но характеризуется уровнем подавления помех относительно несущей около 13 дБ и может привести к ошибке в измерении амплитуды сигнала из-за применения окна до 4 дБ. Плоское окно имеет следующие характеристики: полоса пропускания $\pm 4 \times \Delta F$ (таким образом, для получения такого же эффективного разрешения по частоте, как у прямоугольного окна, для БПФ требуется в 8 раз больше точек), уровень подавления помех относительно несущей более 70 дБ и погрешность измерения амплитуды из-за применения окна не более 0,1 дБ. Соответственно, первое окно можно применять для частотных измерений, а второе — для амплитудных.

Динамический диапазон БПФ ЦЗО, кроме применяемых функций окна, ограничен разрешением аналогово-цифрового преобразователя (АЦП) и вносимыми им искажениями, внутренними шумами прибора, а также неравномерностью амплитудно-частотной характеристики осциллографа. Обычно динамический диапазон для БПФ ЦЗО с 8-разрядными АЦП составляет не менее 50 дБ и мо-



жет быть увеличен еще на 20 дБ при помощи усреднения сигнала во временной области.

Все изложенное относится к ЦЗО, работающим в режиме реального времени. Для исследования спектра периодических сигналов может применяться режим эквивалентной дискретизации. Но его применение не улучшает работу БПФ, так как по (1) увеличение частоты дискретизации снижает разрешение по частоте.

Теперь рассмотрим результаты практического использования БПФ и оценим полученные при этом погрешности на примере трех осциллографов: ЦЗО среднего уровня с малой памятью (TDS3032: полоса пропускания 300 МГц, память 10 КБ, частота дискретизации выбирается автоматически в зависимости от установленного коэффициента развертки, $F_{s,max} = 5$ ГГц) и с большой памятью (WS454: полоса пропускания 500 МГц, память 2 МБ, частота дискретизации выбирается автоматически в зависимости от установленного коэффициента развертки, $F_{s,max} = 2$ ГГц), а также ЦЗО класса «high-end» (WavePro7100: полоса пропускания 1 ГГц, память 48 МБ, частота дискретизации может устанавливаться пользователем, $F_{s,max} = 20$ ГГц). Все измерения проводились с использованием средств измерений по схеме, приведенной на рис. 1.

Подадим на TDS3032 синусоидальный сигнал с частотой 70 МГц; после запуска БПФ отображаются спектральные линии, соответствующие несущей и гармоникам (рис. 2). Курсорные измерения показывают частоту несущей и ее уровень. Однако, уже при подаче сложного сигнала, например амплитудно-модулированного (АМ) синусоидального сигнала с несущей частотой 100 МГц, частотой модуляции синусоидальным сигналом 1 кГц и коэффициентом модуляции 70%, на спектрограмме БПФ отсутствует характерный спектр АМ-сигнала (рис. 3). Данный факт легко объясняется формулой (1), при малом объеме памяти 10 КБ и частоте дискретизации 5 ГГц разрешение по частоте БПФ значительно превышает 1 кГц, что не позволяет различить на фоне спектральной линии несущей частоту модулирующего колебания. Таким образом, БПФ в осциллографах начального, а иногда и среднего уровня с малой памятью не позволяет проводить какие-либо достоверные измерения и является программным дополнением, годящимся лишь для оценочного наблюдения спектра простейших сигналов.

Проведем аналогичный опыт с ЦЗО WS454. На экране прибора присутствует информация об установленной частоте дискре-

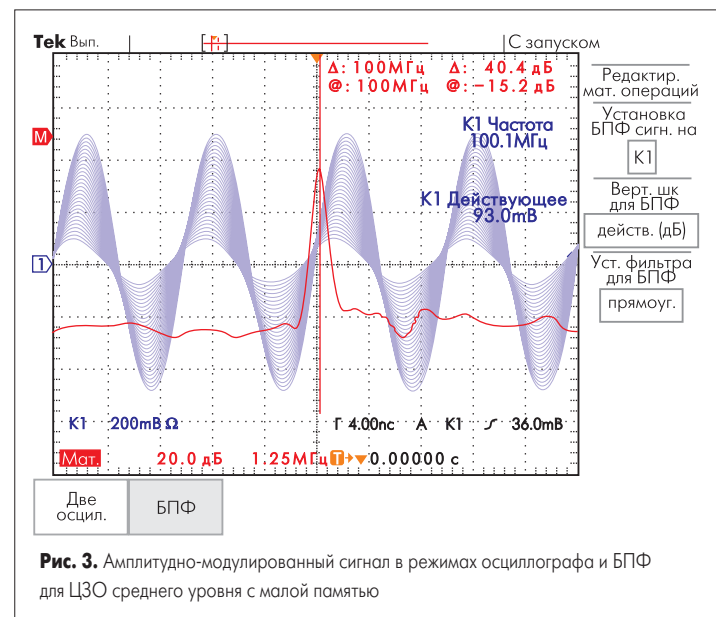
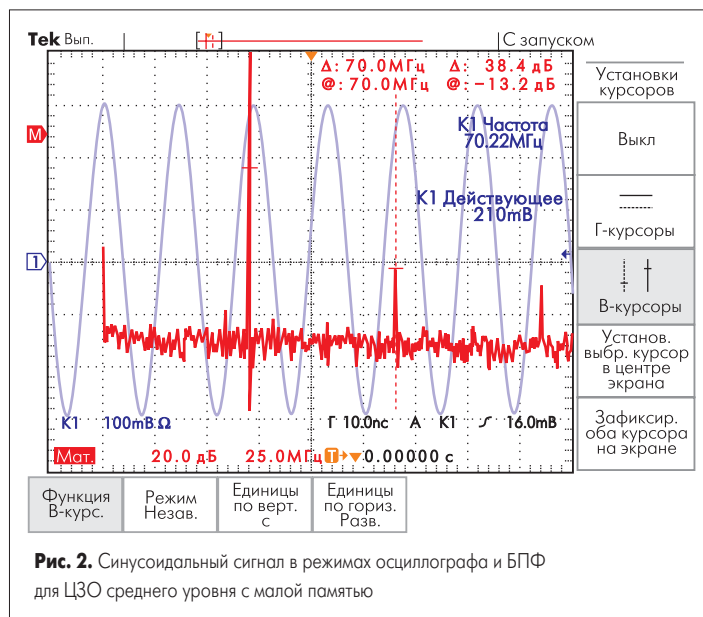




Рис. 4. Синусоидальный сигнал в режиме осциллографа и БПФ для ЦЗО среднего уровня с памятью 2 МБ

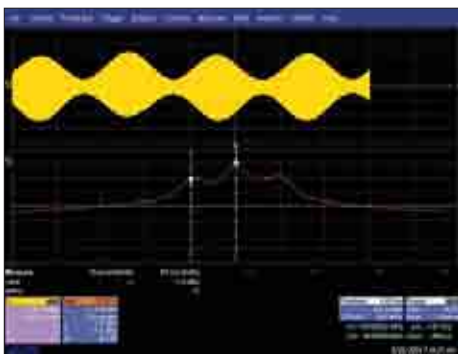


Рис. 5. Амплитудно-модулированный сигнал в режиме осциллографа и БПФ для ЦЗО среднего уровня с памятью 2 МБ

тизации и количестве точек на экране. Изменяя коэффициент развертки, задействуем максимальную память осциллографа при минимально возможной для данного эксперимента частоте дискретизации. В случае с синусоидальным сигналом частотой 70 МГц частота дискретизации должна быть более чем в два раза больше частоты третьей гармоники сигнала (210 МГц), то есть больше чем 420 МГц. В случае АМ-сигнала с частотой 100 МГц частота дискретизации должна быть больше 200 МГц. Поскольку непосредственное управление частотой дискретизации в WS454 отсутствует, требования по памяти и F_s выполняются при установке коэффициента развертки в положение 500 мкс/дел (тогда на экране отображается 2 МБ точек с $F_s = 500$ МГц). При соседних коэффициентах развертки F_s составляет 200 МГц или 1 ГГц, что либо меньше требуемого, либо много больше требуемого. Существенно увеличивать F_s не нужно, ибо это приведет к ухудшению разрешения по частоте БПФ. Полученные после запуска БПФ для случаев синусоидального и АМ-сигналов спектрограммы приведены на рис. 4 и 5. Для синусоидального сигнала выбрано плоское окно, на спектрограмме видны несущая и гармоники сигнала, можно провести частотные и амплитудные измерения. Для АМ-сигнала выбрано прямоугольное окно, обеспечивающее максимальное разрешение по частоте. Однако на спектрограмме видно, что хотя спектральная составляющая модулирующего колебания 1 кГц различима на фоне несущей, для проведения измерений этого не доста-

точно: амплитудные измерения нельзя провести из-за формы окна, а частотные — по причине малого разрешения по частоте БПФ (± 250 Гц). Таким образом, даже относительно большой объем памяти в ЦЗО не всегда позволяет провести эффективные измерения в режиме БПФ для сложных сигналов.

Теперь подадим такие же сигналы на WavePro7100. Пусть подается синусоидальный сигнал с частотой 70 МГц и требуется определить его частоту, уровень и гармонические искажения. Для этого установим на ЦЗО частоту дискретизации 500 МГц. Чтобы избежать дополнительной программной ошибки в измерении амплитуды, выберем плоское окно, а для получения максимального количества точек для БПФ установим режим дополнения последовательности нулями до 2^N и максимальный объем памяти (в данном случае 16 МБ). Поскольку все точки БПФ должны быть на экране ЦЗО, необходимо установить коэффициент развертки в положение 5 мс/дел. После однократного запуска ЦЗО включим обработку БПФ. При установке центральной частоты спектрограммы 70 МГц и полосы обзора 1 кГц/дел на экране будет отображаться первая гармоника сигнала (рис. 6), изменяя центральную частоту и полосу обзора можно наблюдать другие гармоники. В таблице 1 приведены результаты измерения, сделанные на спектрограмме, и действительные значения, характеризующие тестовый сигнал, а также результаты измерения амплитуды и частоты сигнала в осциллографическом режиме.

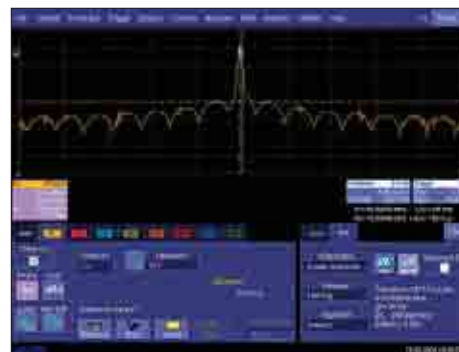


Рис. 6. Измерения частоты и уровня первой гармоники синусоидального сигнала в режиме БПФ для ЦЗО класса «high-end»

Отдельно остановимся на измерении частоты. Дело в том, что современные осциллографы имеют погрешность опорного источ-

ника частоты около 1×10^{-6} , именно данной погрешностью практически полностью определяется погрешность измерения временных интервалов с помощью ЦЗО. Для определения погрешности опорного источника частоты с требуемой точностью используются методы временной задержки или стробоскопического эффекта (частота дискретизации ЦЗО меньше удвоенной частоты входного сигнала), который можно рассматривать как цифровой эквивалент аналоговых смесителей или переносчиков частоты. Метод стробоскопического эффекта заключается в подаче на вход ЦЗО с установленной частотой дискретизации F_1 сигнала $F_2 = 10$ МГц ($F_2 > F_1$) от стандарта частоты. На экране осциллографа будет наблюдаться сигнал биений с частотой $F_3 = 0,5 \times F_1 - |(\text{mod}_{F_1} F_2) - 0,5 \times F_1|$, где значение частоты F_3 численно равно значению модуля абсолютной погрешности ЦЗО при измерении частоты F_2 . Данные методы применяются только для проверки ЦЗО, частоту произвольного входного сигнала такими способами с требуемой точностью определить нельзя. В осциллографическом режиме результат измерения частоты входного сигнала при помощи функции стандартных измерений имеет большую случайную погрешность. А вот в режиме БПФ можно измерять частоту входного сигнала, полностью используя нормируемые характеристики ЦЗО.

Теперь подадим на ЦЗО АМ-сигнал и определим его параметры: частоту несущего и модулирующего колебаний, коэффициент гармоник огибающей модулирующего сигнала и коэффициент амплитудной модуляции (Кам). Исходя из параметров сигнала и требуемых задач, установим частоту дискретизации 250 МГц, остальные настройки остаются такими же, как и в предыдущем измерении. Для уменьшения случайной погрешности измерения проводились не только в курсорном режиме, но и в автоматическом — с использованием разработанного для вычисления Кам скрипта VisualBasic, который подключается к программному обеспечению ЦЗО. Результаты измерений по спектрограмме (рис. 7) и коэффициента АМ по осциллограмме (рис. 8), а также действительные значения параметров сигнала приведены в таблице 2.

Как следует из анализа данных таблиц 1 и 2, при правильных настройках БПФ в ЦЗО класса «high-end» с большой памятью можно получать результаты измерений, не уступающие значительно по точности измерениям

Таблица 1. Результаты измерений параметров синусоидального сигнала

	Действительное значение	Измеренное значение в режиме ЦЗО	Измеренное значение в режиме БПФ	Погрешность для режима БПФ	Допуск
Частота	70 МГц $\pm 1 \times 10^{-9}$	69,99985 МГц СКО 91 кГц	69,99995 МГц Разрешение 30 Гц	-7×10^{-7}	$\pm 1 \times 10^{-6}$
Уровень 1-й гармоники	-0,6 дБмВт $\pm 0,15$ дБ	203,8 мВ (-0,8 дБмВт)	-0,8 дБмВт	-0,2 дБ	$\pm 1,5\%$ ($\pm 0,12$ дБ) на постоянном токе $\pm 0,5$ дБ неравномерность АЧХ до 200 МГц
Уровень 2-й гармоники относительно 1-й	-38,2 дБ ± 2 дБ	-	-38,2 дБ	0 дБ	-
Уровень 3-й гармоники относительно 1-й	-45 дБ ± 2 дБ	-	-41,2 дБ	+3,8 дБ	-
Уровень шумов относительно 1-й гармоники			Менее (-50 дБ)		

Таблица 2. Результаты измерений параметров АМ-сигнала

	Действительное значение	Измеренное значение в режиме ЦЗО	Измеренное значение в режиме БПФ	Погрешность для режима БПФ	Допуск
Частота несущей	$100 \text{ МГц} \pm 1 \times 10^{-9}$	–	$99,999909 \text{ МГц}$ Разрешение 15 Гц	-9×10^{-7}	1×10^{-6}
Частота модулирующего колебания	$1 \text{ кГц} \pm 1 \times 10^{-5}$	999,95 Гц	1,01 кГц		
Разрешение 15 Гц	0,01 кГц	15 Гц			
Кам	$70,5 \% \pm 1\%$	66%	70,25%	-0,25%	–
Кг огибающей	$0,6 \% \pm 0,15 \%$	–	0,9%	-0,3%	–

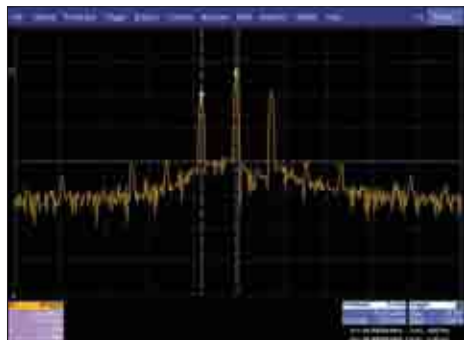


Рис. 7. Амплитудно-модулированный сигнал в режиме БПФ для ЦЗО класса «high-end»

на специализированных приборах: анализаторах спектра, частотомерах, измерителях нелинейных искажений и амплитудной модуляции.

С помощью несложных расчетов подтвердим пригодность ЦЗО класса «high-end» с большим объемом памяти для осуществления алгоритма БПФ с приемлемым результатом для любых входных сигналов сложного вида. Современные ЦЗО имеют полосу пропускания до 6–8 ГГц и частоту дискретизации до 20 ГГц, при этом их алгоритмы БПФ спо-

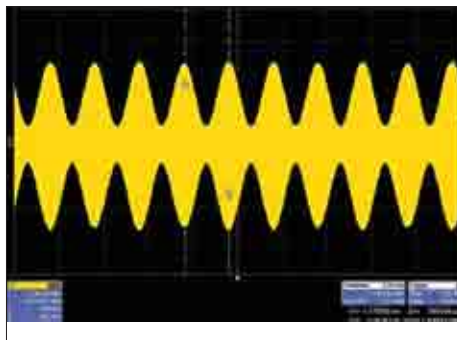


Рис. 8. Амплитудно-модулированный сигнал в режиме осциллографа для ЦЗО класса «high-end»

собны обрабатывать до 24 МБ данных (скорость обработки такого массива данных составляет до 1 минуты). Таким образом, по формуле (1) можно обеспечить разрешение по частоте БПФ порядка 1 кГц. Данное значение является допустимым при спектральном анализе по сравнению с погрешностью по частоте ЦЗО для сигналов с частотами 6–8 ГГц, абсолютное значение которой составляет до 8 ГГц. Для сигналов более низких частот разрешение по частоте БПФ в ЦЗО класса «high-end» может быть увеличено бла-

годаря возможности независимой регулировки объема памяти и частоты дискретизации.

Выводы

ЦЗО не имеют нормируемых метрологических характеристик в режиме БПФ и не могут служить полной заменой специализированным приборам.

Эффективные результаты после применения БПФ можно получить только в случае понимания особенностей построения, реализации и ограничений данного алгоритма в ЦЗО, а также знания некоторой априорной информации о сигнале.

БПФ в ЦЗО с малой памятью и отсутствием регулировки частоты дискретизации пользователем позволяет получать только оценочные спектрограммы простейших сигналов и не может использоваться для анализа сложных сигналов.

ЦЗО класса «high-end» с объемом памяти от 8 МБ до 24 МБ позволяют при соблюдении всех требований получать результаты спектральных измерений сложных сигналов при помощи БПФ во всей полосе пропускания с точностью на уровне специализированных приборов. Таким образом, БПФ расширяет возможности данных осциллографов по анализу входных сигналов.

Литература

1. Application Note 1383-1. Agilent Technologies.
2. LeCroy X-Stream Oscilloscopes Operator's Manual. LeCroy.
3. Application Note 243. Agilent Technologies.