

Термосопротивление в составе измерительного моста. Часть 1. Расчет и моделирование измерительного моста без и с учетом сопротивления нагрузки

Андрей СОЛОГУБОВ

Рассмотрен комплексный подход к расчету параметров измерительного моста с фиксированным и стандартизированным уровнем входного сигнала. Получены математические выражения, которые могут применяться при проектировании для расчета сопротивлений измерительного моста при заданных исходных параметрах.

Преобразование изменения электрического сопротивления чувствительных элементов (РЧЭ) в пропорциональное напряжение осуществляется с использованием различных измерительных мостовых схем. Одна из их разновидностей под названием «мост Уитстона» является своего рода техническим стандартом для измерения неэлектрических величин и получила широкое распространение. За последние несколько лет вышло множество работ, касающихся некоторых электрических свойств моста Уитстона. Обычно при исследовании и проектировании мостовых схем производится оценка и оптимизация ее максимальной чувствительности в зависимости от изменения сопротивления РЧЭ и электрических сопротивлений моста, анализ уровня влияния нелинейностей на точность, поскольку в случае применения одного РЧЭ полезное выходное напряжение моста нелинейно связано с изменением сопротивления

РЧЭ и соотношением сопротивлений моста. Между тем комплексный анализ взаимосвязи чувствительности и нелинейности преобразования сопротивления РЧЭ в полезное напряжение рассмотрен в недостаточном объеме. В этой статье проанализированы те же вопросы, но более подробно исследуются некоторые последствия.

Мост Уитстона в традиционном исполнении, как показано на рис. 1, состоит из четырех резистивных элементов, где одно из плеч содержит термочувствительное сопротивление R_T , а остальные три плеча содержат резисторы R_1 , R_2 и R_3 [1, 2].

Выбирая правильное значение сопротивлений моста, можно достигнуть оптимального состояния выходного сигнала, под которым следует понимать минимально возможный уровень ошибок в процессе измерения температуры. Неоптимальное сочетание параметров способно отрицательно сказаться на точности моста, поскольку значения резистивных элементов моста в целом будут зависеть от рассеивания мощности [3].

В настоящей работе в качестве элемента с переменным сопротивлением R_T выбрано термосопротивление градуировки 50 М, подключение которого по мостовой схеме предназначено для преобразования изменения температуры в соответствующий электрический сигнал. Необходимо рассчитать параметры мостовой схемы (величину сопротивления R_1 – R_3) и выбрать напряжения питания моста $U_{пит}$, чтобы при изменении температуры датчика в пределах 0...+100 °С выходное напряжение моста (холостого хода E_x) изменялось в диапазоне 0–0,1 В, а ток через датчик (во избежание его перегрева) не превышал 20 мА. Сопротивлением линии связи пренебрегаем.

Термосопротивление градуировки 50М означает, что чувствительный элемент датчика выполнен из меди и при 0 °С имеет электрическое сопротивление, равное 50 Ом. Для того чтобы найти значение сопротивления при +100 °С, воспользуемся формулой:

$$R_t = R_0(1 + \alpha \times t) = 50 \times (1 + 4,3 \times 10^{-3} \times 100) = 71,5 \text{ Ом},$$

где R_t — искомое сопротивление термосопротивления при наибольшей температуре (в нашем случае при +100 °С), Ом; R_0 — сопротивление термосопротивления при 0 °С, Ом; α — температурный коэффициент (для меди $4,3 \times 10^{-3}$), K^{-1} ; t — температура, для которой рассчитывается термосопротивление, °С.

Классическая методология расчета параметров мостовой схемы в большинстве случаев не учитывает сопротивления нагрузки. При этом выходной сигнал определяется по формуле:

$$E_x = \varphi_A - \varphi_B = U_{пит} [(R_1 \times R_3 - R_T \times R_2) / ((R_T + R_1) \times (R_2 + R_3))].$$

Кроме прочего, необходимо выражение для тока, протекающего по сопротивлению (по датчику), чтобы определить его величину и возможность перегрева датчика. Ток рассчитывается для минимально возможного сопротивления, так как в этом случае ток, протекающий по датчику, максимален ($R_{T1} = 50 \text{ Ом}$):

$$I_1 = U_{пит} / R_{T1} + R_{T1}.$$

Условие равновесия моста:

$$R_1 \times R_3 = R_T \times R_2.$$

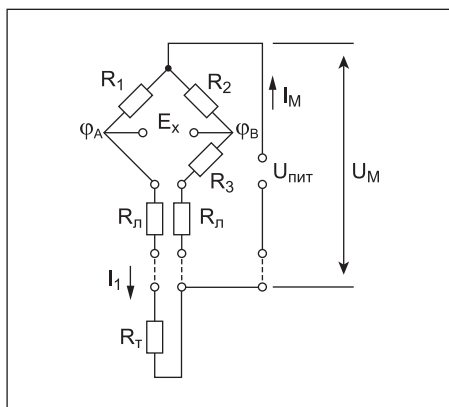


Рис. 1. Классическая мостовая схема подключения датчика

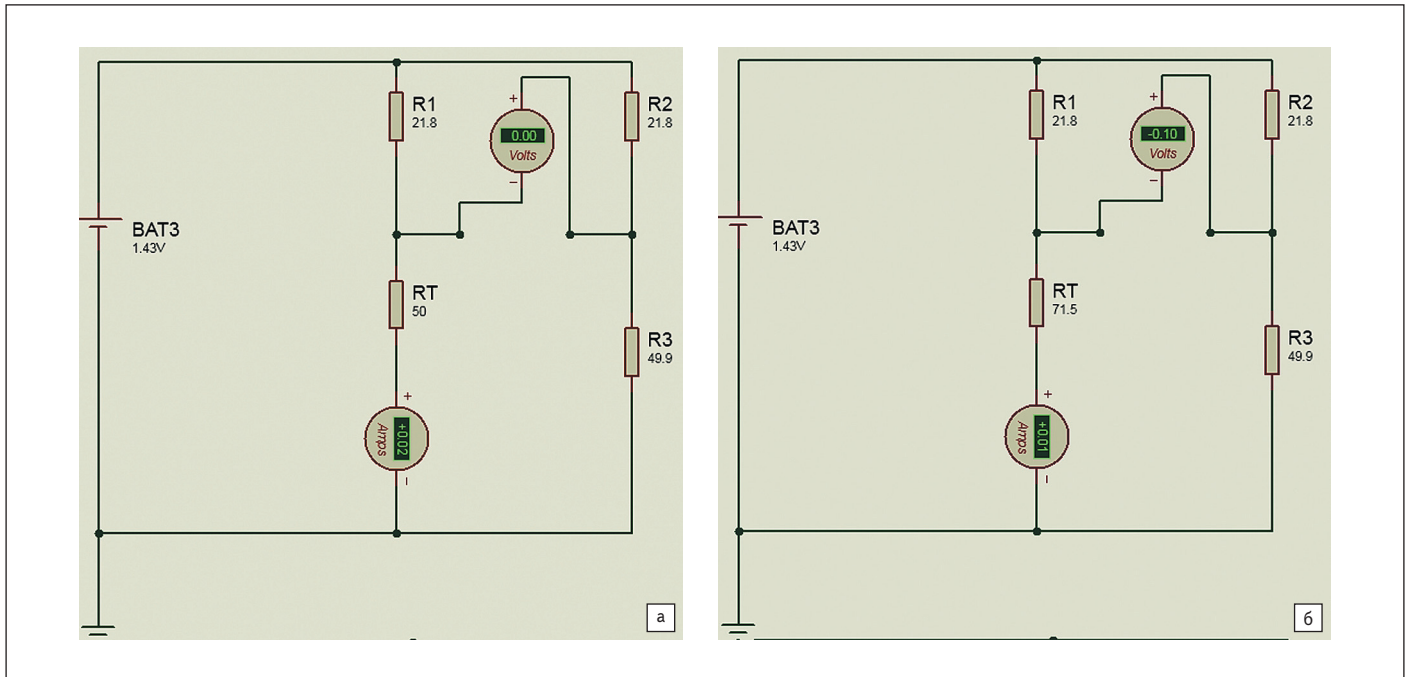


Рис. 2. Моделирование в Proteus мостовой схемы без учета сопротивления нагрузки: а) для $R_{11} = 50$ Ом; б) для $R_{12} = 71,5$ Ом

Решение задачи проведем в программе Mathcad.

Для начала зададим начальные условия и некоторое значение напряжения питания (таблица).

В случае пренебрежения сопротивлением нагрузки ($R_n = 0$) сигнал, снимаемый с моста, равен разнице падения напряжений на соседних параллельных резисторах (R_1-R_2 или R_3-R_1). Для решения задачи целесообразно использовать вторую группу резисторов (рис. 2). На основании вышесказанного можно составить два уравнения для двух сигналов $E_{\text{хнач}}$ и $E_{\text{хкон}}$:

$$E_{\text{хнач}} = (U_{\text{пит}}(R_{11}+R_2)) \times R_{12} - (U_{\text{пит}}/(R_{11}+R_3)) \times R_3,$$

$$E_{\text{хкон}} = (U_{\text{пит}}(R_{11}+R_2)) \times R_{12} - (U_{\text{пит}}/(R_{11}+R_3)) \times R_3.$$

Два уравнения составлены для начального и конечного сопротивления датчика. Кроме того, необходимо ввести выражение баланса моста:

$$R_1 \times R_3 = R_{11} \times R_2.$$

Таким образом, получается система из трех уравнений:

$$\begin{cases} E_{\text{хнач}} = \frac{U_{\text{пит}}}{(R_{11}+R_2)} \times R_{12} - \frac{U_{\text{пит}}}{(R_{11}+R_3)} \times R_3 \\ E_{\text{хкон}} = \frac{U_{\text{пит}}}{(R_{11}+R_2)} \times R_{12} - \frac{U_{\text{пит}}}{(R_{11}+R_3)} \times R_3 \\ I_1 = \frac{U_{\text{пит}}}{R_1+R_{11}} \end{cases}$$

Таблица. Исходные данные для решения задачи

| Параметр | $E_{\text{хнач}}$, В | $E_{\text{хкон}}$, В | R_{11} , Ом | R_{12} , Ом | $U_{\text{пит}}$, В |
|----------|-----------------------|-----------------------|---------------|---------------|----------------------|
| Значение | 0 | 0,1 | 50 | 71,5 | 5 |

Через команду Find находим неизвестные величины (R_1, R_2, R_3, I).

Из приведенных данных получается, что при заданных в таблице параметрах (с учетом $R_{11} = 50$ Ом) сопротивления резисторов моста равны $R_1 = 949,7$ Ом, $R_2 = 949,7$ Ом, $R_3 = 50$ Ом, ток $I_{\text{max}} = 0,02$ А.

Недостатком классического подхода в таком виде является неопределенность при расчете значения максимального тока, поскольку при некоторых сочетаниях исходных параметров расчетное значение тока может получиться выше допустимого, что иногда вынуждает подбирать другое сочетание параметров (например, выбрать иное напряжение питания моста). Однако, проанализировав полученные результаты, можно сделать вывод, что расчетное значение тока допустимого значения (20 мА) не превышает. Следовательно, полученные значения можно использовать в дальнейших расчетах.

Для решения этой проблемы система уравнений дополняется выражением, определяющим падение напряжения на датчике при протекании через него максимально возможного тока (20 мА) при минимально возможном сопротивлении датчика, то есть 50 Ом. Таким образом, выражение будет иметь вид:

$$I_{\text{max}} \times R_{11} = 0,02 \text{ А} \times 50 \text{ Ом} = 1 \text{ В}.$$

В соответствии с вышесказанным запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} E_{\text{хнач}} = \frac{U_{\text{пит}}}{(R_{11}+R_2)} \times R_{12} - \frac{U_{\text{пит}}}{(R_{11}+R_3)} \times R_3 \\ E_{\text{хкон}} = \frac{U_{\text{пит}}}{(R_{11}+R_2)} \times R_{12} - \frac{U_{\text{пит}}}{(R_{11}+R_3)} \times R_3 \\ R_1 \times R_3 = R_{11} \times R_2 \\ I_1 = \frac{U_{\text{пит}}}{R_1+R_{11}} \\ I_{\text{max}} \times R_{11} = 1 \end{cases}$$

В результате расчета получены значения $R_1 = 21,67$ Ом, $R_2 = 21,67$ Ом, $R_3 = 50$ Ом, $I_{\text{max}} = 0,02$ А и $U_{\text{пит}} = 1,43$ В. В соответствии с ближайшими стандартными сопротивлениями из рядов E6, E12, E24, E48, E96, E192 получим $R_1 = 21,8$ Ом (E192), $R_2 = 21,8$ Ом (E192) и $R_3 = 49,9$ Ом (E96 либо E192).

Достоинство этого метода — принудительное ограничение тока, протекающего через термосопротивление, а также выбор необходимого напряжения питания моста.

С помощью рассчитанных значений на основе первого уравнения системы была построена зависимость выходного напряжения моста от сопротивления датчика (температуры). В таблице представлены рассчитанные значения, по которым построен график (рис. 3а). Кроме того, на этом же графике представлена идеальная характеристика, имеющая линейный характер. На рис. 3б представлен график абсолютной погрешности измерения, полученный путем вычитания реальной характеристики из идеальной. Максимальная погрешность наблюдается при сопротивлении датчика, равном 55 Ом. Она составляет 0,003 мВ. Относительная погрешность равна 10,38%.

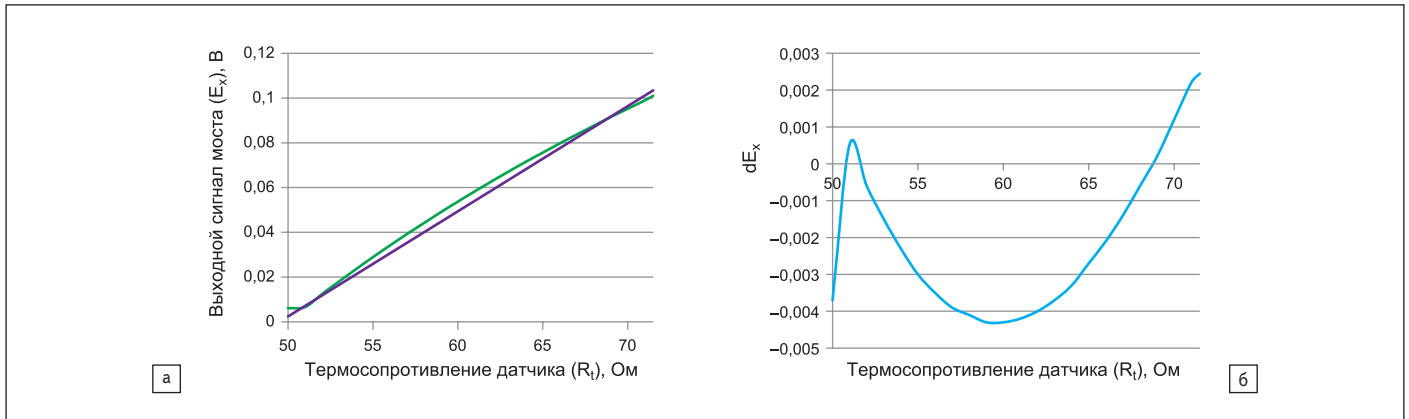


Рис. 3. а) Реальная и идеальная характеристики измерительного моста без учета сопротивления нагрузки; б) абсолютная погрешность при измерении без учета сопротивления нагрузки

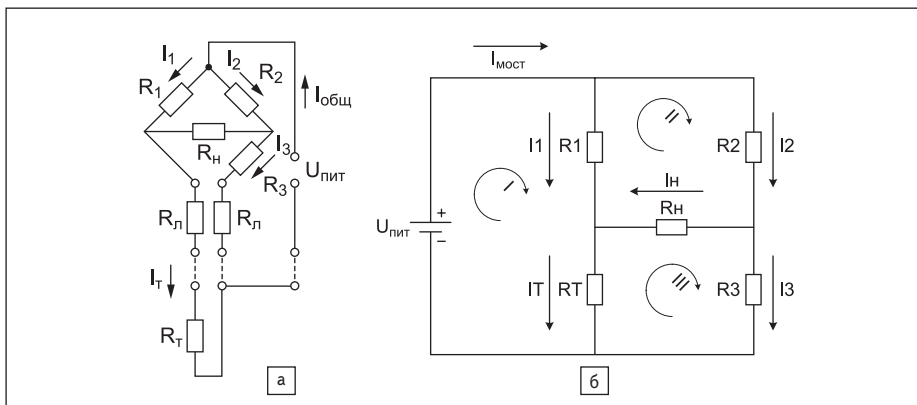


Рис. 4. Преобразование структурной схемы измерительного моста: а) в расчетную схему; б) с учетом сопротивления нагрузки

Составим систему уравнений по первому и второму законам Кирхгофа (контуры определены, рис. 4б) [4]:

$$\begin{cases} I_{\text{общ}} - I_1 - I_2 = 0 \\ I_1 + I_H - I_t = 0 \\ I_2 - I_H - I_3 = 0 \\ R_1 \times I_1 + I_t \times R_t = U_{\text{пит}} \\ -R_1 \times I_1 + R_2 \times I_2 + I_H \times R_H = 0 \\ -I_t \times R_t - I_H \times R_H + I_3 \times R_3 = 0 \end{cases}$$

С помощью Mathcad решим данную систему и определим выражения для нахождения I_t и I_H . В случае подключения нагрузки выходной сигнал моста является не чем иным, как падением напряжения на сопротивлении нагрузки. Поскольку сопротивление нагрузки известно, как и необходимое падение напряжения (выходной сигнал), можно определить ток, протекание которого создаст нуж-

Недостатком классических подходов является то, что они не учитывают сопротивление подключаемой нагрузки (таковым может быть сопротивление измеряющего напряже-

ние датчика или другие электронные компоненты). Для расчета сопротивлений с учетом R_H необходимо преобразовать схему на рис. 1 к схеме на рис. 4а.

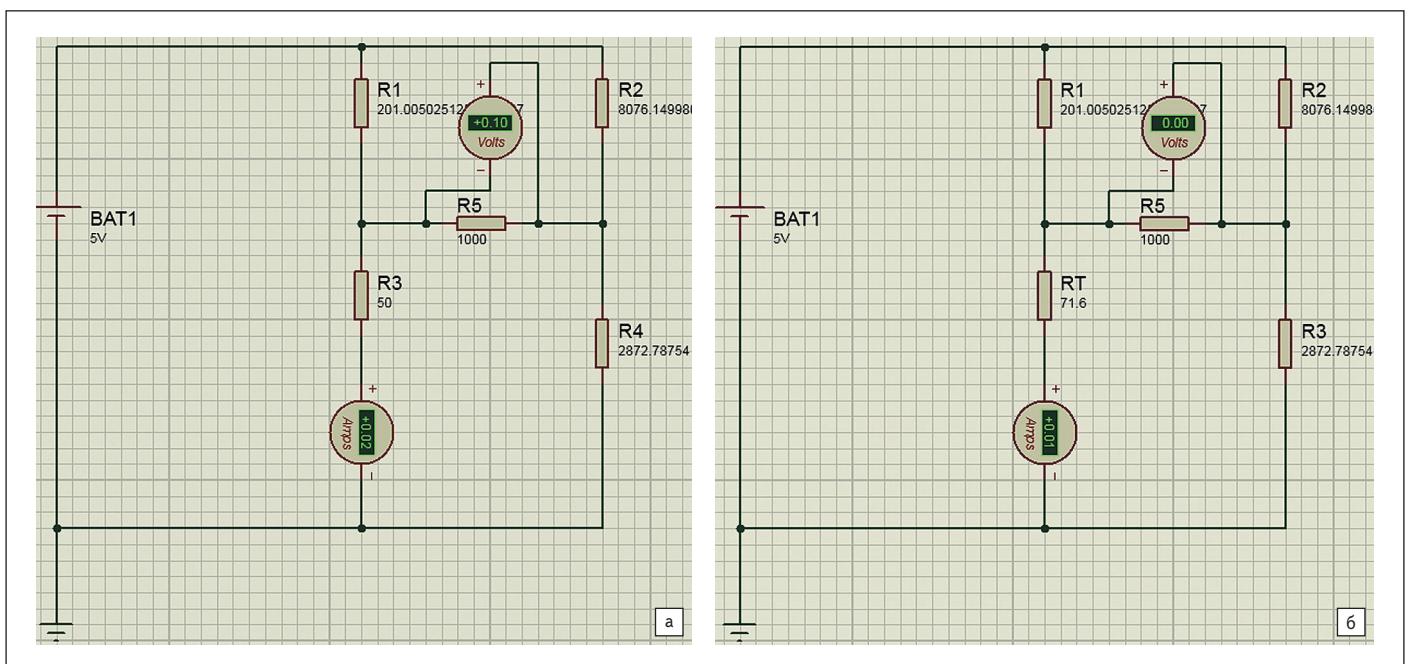


Рис. 5. Моделирование в Proteus мостовой схемы с учетом сопротивления нагрузки: а) для $R_{T1} = 50$ Ом; б) $R_{T2} = 71,5$ Ом

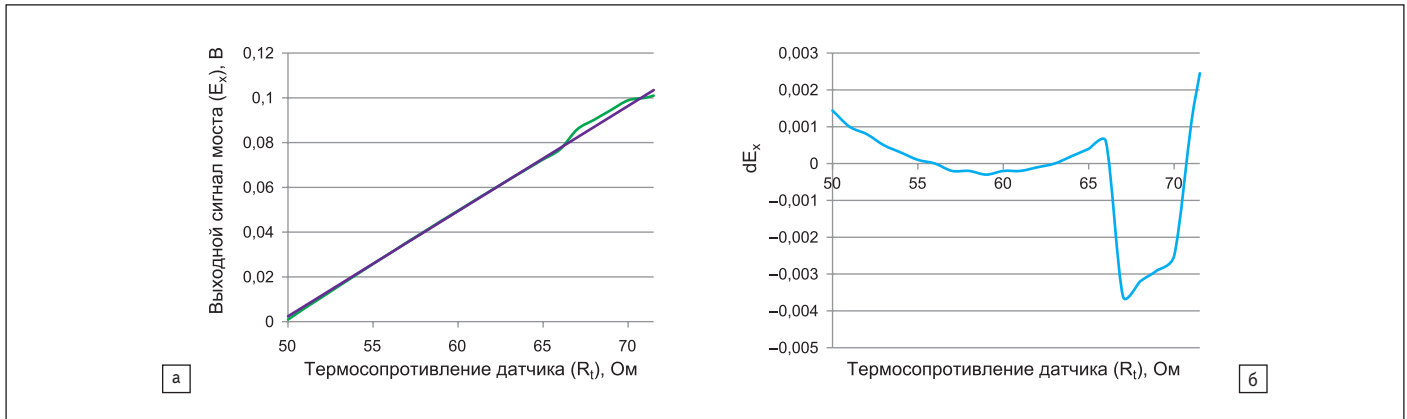


Рис. 6. а) График зависимости $U_n = f(R_t)$; б) график абсолютного отклонения для мостовой схемы с учетом сопротивления нагрузки

$$\begin{cases} R_n \times \frac{R_1 \times R_3 \times U_{пит} - R_2 \times R_{t1} \times U_{пит}}{R_1 \times R_2 \times R_{t1} + R_1 \times R_3 \times R_{t1} + R_2 \times R_3 \times R_{t1} + R_1 \times R_2 \times R_n + R_1 \times R_3 \times R_n + R_2 \times R_{t1} \times R_n + R_3 \times R_n \times R_{t1} + R_1 \times R_2 \times R_3} = E_{x \max} \\ R_n \times \frac{R_1 \times R_3 \times U_{пит} - R_2 \times R_{t2} \times U_{пит}}{R_1 \times R_2 \times R_{t2} + R_1 \times R_3 \times R_{t2} + R_2 \times R_3 \times R_{t2} + R_1 \times R_2 \times R_n + R_1 \times R_3 \times R_n + R_2 \times R_{t2} \times R_n + R_3 \times R_n \times R_{t2} + R_1 \times R_2 \times R_3} = E_{x \min} \\ \frac{R_1 \times R_3 \times U_{пит} + R_2 \times R_3 \times U_{пит} + R_2 \times R_n \times U_{пит} + R_3 \times R_n \times U_{пит}}{R_1 \times R_2 \times R_{t1} + R_1 \times R_3 \times R_{t1} + R_2 \times R_3 \times R_{t1} + R_1 \times R_2 \times R_n + R_1 \times R_3 \times R_n + R_2 \times R_{t1} \times R_n + R_3 \times R_n \times R_{t1} + R_1 \times R_2 \times R_3} = I_{\max} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} R_1 = -\frac{50 \times R_n - 50 \times R_n \times U_{пит}}{R_n - 5} \\ R_2 = -\frac{550 \times R_n^2 - 550 \times R_n^2 \times U_{пит} - 11 \times R_n^2 \times R_{t2} + 55 \times R_n \times R_{t2} - 50 \times R_n \times R_{t2} \times U_{пит} + 50 \times R_n^2 \times R_{t2} \times U_{пит}}{5 \times R_{t2} - R_n \times R_{t2}} \\ R_3 = \frac{550 \times R_n + 55 \times R_{t2} - 11 \times R_n \times R_{t2} - 550 \times R_n \times U_{пит} - 50 \times R_{t2} \times U_{пит} + 10 \times R_n \times R_{t2} \times U_{пит}}{50 \times U_{пит} - 50} \end{cases} \quad (2)$$

ное падение напряжения (рис. 5). Используя полученные выражения для I_t и I_n , составим систему из трех уравнений для нахождения значений сопротивлений R_1 , R_2 и R_3 , удовлетворяющих условию задания. Напряжение питания примем равным $U_{пит} = 5$ В (1).

Поскольку в символьном виде получаемые выражения выглядят достаточно громоздкими, с целью упрощения расчетов сразу подставим в систему все заданные значения параметров. Таким образом, получим систему уравнений для нахождения сопротивлений моста для заданных в таблице исходных параметров (2).

Решив систему, получаем $R_1 = 200$ Ом, $R_2 = 10575$ Ом и $R_3 = 2644$ Ом. В соответствии с ближайшими стандартными сопротивлениями из рядов E6, E12, E24, E48, E96, E192 получим $R_1 = 200$ Ом (E96 и E192), $R_2 = 10,6$ кОм (E192) и $R_3 = 2,64$ кОм (E192).

По графику абсолютного отклонения на рис. 6 видно, что самое большое отклонение от линейной характеристики наблюдается при $R_t = 67$ Ом и составляет 0,0036 В. Относительная погрешность при этом равна 4,2%. Погрешность измерения мостовой схемы во многом определяется сочетанием исходных и расчетных параметров [5].

Важное замечание. Обратим внимание на то, что после расчета сопротивлений плеч моста (R_1-R_3) необходимо скорректировать полу-

ченные значения со стандартными рядами сопротивлений E6, E12, E24, E48, E96, E192 и выбрать ближайшее подходящее сопротивление. Отклонение стандартных значений от расчетных может вносить свои погрешности в выходной сигнал, что должно учитываться при проектировании. Для обеспечения минимального уровня отклонений требуется выбирать номиналы сопротивлений из стандартного ряда с меньшим допуском (E96, E192).

Кроме этого, настраиваемые (расчетные) сопротивления мостовой схемы также подвергаются влиянию температуры (в гораздо меньшей степени), поскольку термодатчик находится непосредственно в измеряемой температурной области. Нагрев сопротивлений в процессе работы может давать прирост сопротивлений в диапазоне 2–4 Ом, что обязательно отразится на погрешности измерения и выходном сигнале моста.

Заключение

В данной работе была получена система уравнений для расчета сопротивлений плеч измерительного моста с учетом сопротивления нагрузки, диапазона изменения термосопротивления в заданных пределах рабочих температур и максимального тока, протекающего через датчик. Проанализировано

влияние сопротивления нагрузки на расчет измерительного моста Уитстона. Данная методика может быть полезна инженерам, осуществляющим разработку простых систем измерения температуры, по аналогии с [6].

Литература

1. Андреев С.М. Принципы построения и организации комплексов технических средств в системах автоматического управления. Курс лекций. Учеб. пособие. Магнитогорск, изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2008.
2. Андреев С.М., Парсункин Б.Н. Разработка и моделирование несложных систем автоматизации с учетом специфики технологических процессов. Учеб. пособие. М.: Академия, 2016.
3. James E. Maisel. Optimization of the Wheatstone Bridge Sensitivity
4. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи. 1-я часть. Учебник для вузов. М.: Энергия, 1978.
5. Карпов В.А., Ростокина О.М. Чувствительность и погрешность мостовой схемы с одним измерительным элементом. Вестник Гомельского государственного технического университета им. П.О. Сухого. 2011.
6. Сологубов А. Выбор термопары, построение ее характеристик и расчет нормирующего преобразователя // Компоненты и технологии. 2017. № 10.