

Продолжение. Начало в № 7'2015

Топологический подход к проведению соединений в плоских конструктивах

В данной работе показан алгоритм проведения и представления соединений, удаленных в процессе планаризации. Завершением работы алгоритма является получение последовательностей единичных циклов и построение обоча для каждого нового соединения.

Сергей КУРАПОВ
Максим ДАВИДОВСКИЙ

Введение

Данная работа является продолжением цикла работ «Топологический рисунок графа при проектировании плоских конструктивов» [6]. Будем рассматривать задачу построения общего рисунка соединений в плоском конструктиве на основе топологического рисунка плоской части графа принципиальной электрической схемы [1, 5, 8]. В качестве примера рассмотрим принципиальную электрическую схему с циклическими фрагментами (рис. 1) [10]. Основное внимание будет уделено вопросам построения топологического рисунка соединений, удаленных при планаризации, на основе выбранной плоской части графа [5, 10].

Выделим подмножество единичных циклов для плоской части графа:

- $C_2 = \{U_{12}, U_{13}, U_{14}, U_{40}, U_{41}, U_{42}\} \rightarrow \langle X_{21}, X_{20}, X_{47}, X_7, X_6, X_{42} \rangle;$
- $C_{16} = \{U_8, U_9, U_{10}, U_{13}, U_{30}, U_{31}, U_{42}\} \rightarrow \langle X_6, X_5, X_4, X_{46}, X_{15}, X_{21}, X_{42} \rangle;$
- $C_{46} = \{U_6, U_7, U_9, U_{37}, U_{39}, U_{40}, U_{62}, U_{65}\} \rightarrow \langle X_{32}, X_{31}, X_{30}, X_{29}, X_{46}, X_4, X_3, X_{43} \rangle;$
- $C_{50} = \{U_{15}, U_{16}, U_{19}, U_{28}, U_{32}, U_{33}, U_{35}, U_{52}, U_{53}, U_{55}\} \rightarrow$
 $\rightarrow \langle X_{27}, X_{26}, X_{50}, X_{17}, X_{16}, X_{45}, X_9, X_8, X_{14}, X_{43} \rangle;$
- $C_{58} = \{U_{43}, U_{44}, U_{47}, U_{54}, U_{55}, U_{76}, U_{77}, U_{79}\} \rightarrow \langle X_{39}, X_{38}, X_{48}, X_{23}, X_{22}, X_{28}, X_{27}, X_{43} \rangle;$
- $C_{61} = \{U_{26}, U_{27}, U_{28}, U_{64}, U_{65}, U_{67}\} \rightarrow \langle X_{14}, X_{13}, X_{51}, X_{33}, X_{32}, X_{43} \rangle;$
- $C_{78} = \{U_{18}, U_{19}, U_{21}, U_{29}, U_{31}, U_{33}\} \rightarrow \langle X_{16}, X_{15}, X_{46}, X_{10}, X_9, X_{45} \rangle;$
- $C_{86} = \{U_1, U_2, U_5, U_{14}, U_{69}, U_{70}, U_{73}, U_{82}\} \rightarrow \langle X_2, X_1, X_7, X_{47}, X_{36}, X_{35}, X_{41}, X_{45} \rangle;$
- $C_{92} = \{U_{20}, U_{21}, U_{22}, U_{24}, U_{27}, U_{58}, U_{59}, U_{66}, U_{67}\} \rightarrow$
 $\rightarrow \langle X_{29}, X_{34}, X_{33}, X_{51}, X_{13}, X_{12}, X_{11}, X_{10}, X_{46} \rangle;$
- $C_{107} = \{U_{38}, U_{39}, U_{41}, U_{72}, U_{73}, U_{74}, U_{77}\} \rightarrow \langle X_{20}, X_{19}, X_{48}, X_{38}, X_{37}, X_{36}, X_{47} \rangle;$
- $C_{108} = \{U_{36}, U_{37}, U_{39}, U_{46}, U_{47}, U_{49}\} \rightarrow \langle X_{19}, X_{18}, X_{49}, X_{24}, X_{23}, X_{48} \rangle;$
- $C_{117} = \{U_{34}, U_{35}, U_{37}, U_{48}, U_{49}, U_{50}, U_{53}\} \rightarrow \langle X_{18}, X_{17}, X_{50}, X_{26}, X_{25}, X_{24}, X_{49} \rangle;$
- $C_{132} = \{U_1, U_2, U_4, U_6, U_8, U_{10}, U_{12}\} \rightarrow \langle X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7 \rangle;$
- $C_{133} = \{U_{15}, U_{16}, U_{18}, U_{20}, U_{22}, U_{24}, U_{26}\} \rightarrow \langle X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14} \rangle;$
- $C_{134} = \{U_{29}, U_{30}, U_{32}, U_{34}, U_{36}, U_{38}, U_{40}\} \rightarrow \langle X_{15}, X_{16}, X_{17}, X_{18}, X_{19}, X_{20}, X_{21} \rangle;$
- $C_{135} = \{U_{43}, U_{44}, U_{46}, U_{48}, U_{50}, U_{52}, U_{54}\} \rightarrow \langle X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{26}, X_{27}, X_{28} \rangle;$
- $C_{136} = \{U_{57}, U_{58}, U_{60}, U_{62}, U_{64}, U_{66}\} \rightarrow \langle X_{29}, X_{30}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34} \rangle;$
- $C_{137} = \{U_{69}, U_{70}, U_{72}, U_{74}, U_{76}, U_{78}, U_{80}\} \rightarrow \langle X_{35}, X_{36}, X_{37}, X_{38}, X_{39}, X_{40}, X_{41} \rangle;$

Обод плоской части графа:

$$c_0 = c_1 \oplus c_{16} \oplus c_{46} \oplus c_{50} \oplus c_{58} \oplus c_{61} \oplus c_{78} \oplus c_{86} \oplus c_{92} \oplus c_{107} \oplus c_{108} \oplus c_{117} \oplus c_{132} \oplus c_{133} \oplus c_{134} \oplus c_{135} \oplus c_{136} \oplus c_{137} =$$

$$= \{U_4, U_5, U_7, U_8, U_{79}, U_{80}, U_{82}\} \rightarrow \langle X_{41}, X_{40}, X_{39}, X_{43}, X_{42}, X_{45} \rangle;$$

Плоская часть графа представлена на рис. 2. Геометрическое построение рисунка плоского суграфа и, как следствие, размещение элементов по посадочным местам создают

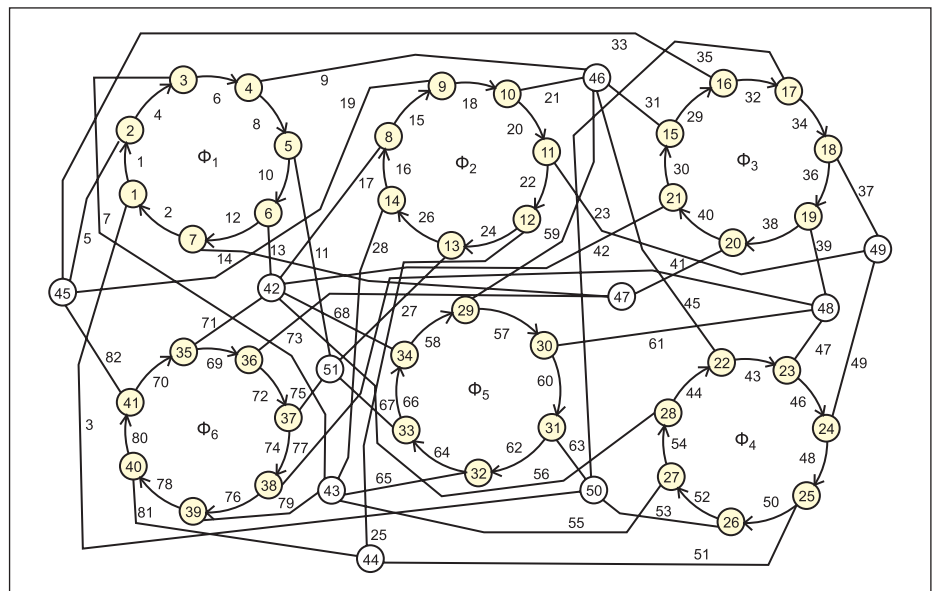


Рис. 1. Представление принципиальной электрической схемы в виде графа Кенига с циклическими фрагментами

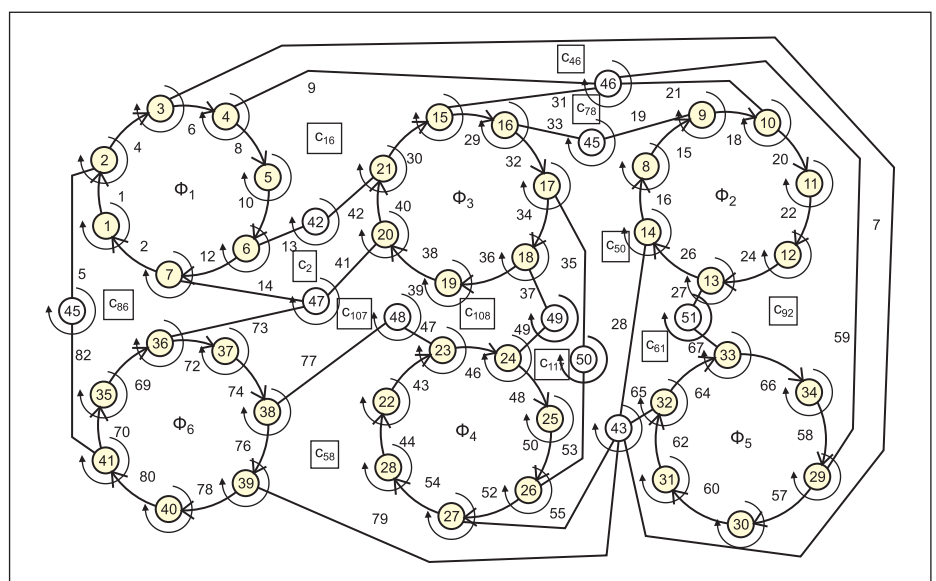


Рис. 2. Топологический рисунок плоской части графа

предпосылки для топологического проведения соединений, удаленных в процессе планаризации графа.

Выделение дерева в клике цепи

Проведение соединений, в свою очередь, определяется характером построения дерева для гиперребра, характеризующего электрическую цепь (рис. 3–5).

Составим список соответствия цепей и полюсов циклических фрагментов:

- цепь 42: полюса $\{x_6, x_9, x_{21}, x_{28}, x_{34}, x_{35}\}$;
- цепь 43: полюса $\{x_3, x_{14}, x_{27}, x_{32}, x_{39}\}$;
- цепь 44: полюса $\{x_{12}, x_{25}, x_{40}\}$;
- цепь 45: полюса $\{x_2, x_9, x_{16}, x_{41}\}$;
- цепь 46: полюса $\{x_4, x_{10}, x_{15}, x_{22}, x_{29}\}$;
- цепь 47: полюса $\{x_7, x_{20}, x_{38}\}$;
- цепь 48: полюса $\{x_{19}, x_{23}, x_{30}, x_{38}\}$;
- цепь 49: полюса $\{x_{11}, x_{18}, x_{24}\}$;
- цепь 50: полюса $\{x_1, x_{17}, x_{26}, x_{31}\}$;
- цепь 51: полюса $\{x_5, x_{13}, x_{33}, x_{37}\}$.

- цепь 49: полюса $\{x_{18}, x_{24}\}$;
- цепь 50: полюса $\{x_{17}, x_{26}\}$;
- цепь 51: полюса $\{x_{13}, x_{33}\}$.

Соединения могут быть определены как ветви дерева графа для клики электрической цепи алгоритмом Прима [4, 7]. Построим клику, характеризующую гиперребро, и выделим минимальное дерево для каждой цепи [7, 9]. На рис. 6–7 представлены выбранные ветви дерева.

Например, выбранные ветви дерева для новых соединений:

- для цепи 42: ребра $(x_6, x_{35}), (x_{28}, x_{35}), (x_{34}, x_{28}), (x_6, x_{21})$;
- для цепи 43: \emptyset ;
- для цепи 44: ребра $(x_{12}, x_{25}), (x_{40}, x_{25})$;
- для цепи 45: ребра (x_2, x_{16}) ;
- для цепи 46: ребра (x_{22}, x_{15}) ;
- для цепи 47: \emptyset ;
- для цепи 48: ребра (x_{23}, x_{30}) ;
- для цепи 49: ребра (x_{11}, x_{18}) ;
- для цепи 50: ребра $(x_1, x_{17}), (x_{31}, x_{26})$;
- для цепи 51: ребра $(x_5, x_{37}), (x_5, x_{13})$.

Выделим соединенные полюса:

- цепь 42: полюса $\{x_6, x_{21}\}$;
- цепь 43: полюса $\{x_3, x_{14}, x_{27}, x_{32}, x_{39}\}$;
- цепь 44: \emptyset ;
- цепь 45: полюса $\{x_2, x_9, x_{16}, x_{41}\}$;
- цепь 46: полюса $\{x_4, x_{10}, x_{15}, x_{29}\}$;
- цепь 47: полюса $\{x_7, x_{20}, x_{38}\}$;
- цепь 48: полюса $\{x_{19}, x_{23}, x_{38}\}$;

Проведение соединений, удаленных в процессе планаризации

Будем проводить соединения, удаленные в процессе планаризации, которые состав-

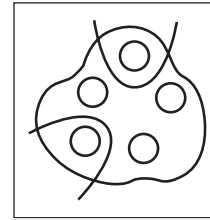


Рис. 3. Гиперребро

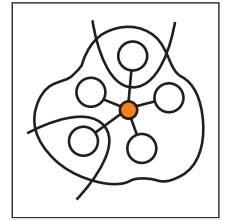


Рис. 4. Вершина графа Кенига для гиперребра

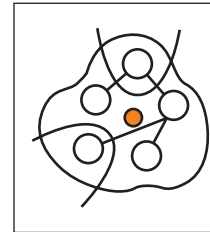


Рис. 5. Различные деревья для гиперребра

ляют ребра выбранного дерева для каждой клики электрической цепи.

Алгоритмом поиска в ширину будем находить минимальные пути на графе циклов (рис. 8–9).

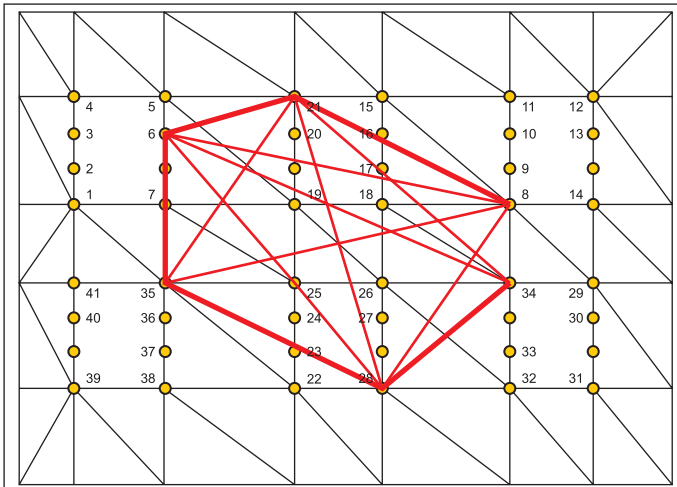


Рис. 6. Дерево для цепи 42

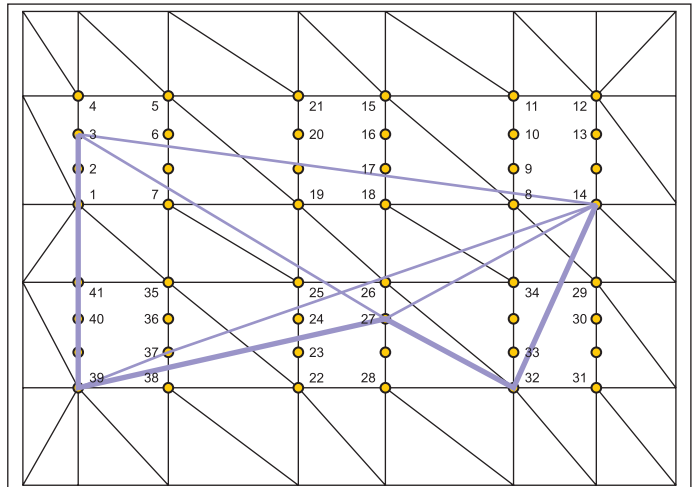


Рис. 7. Дерево для цепи 43

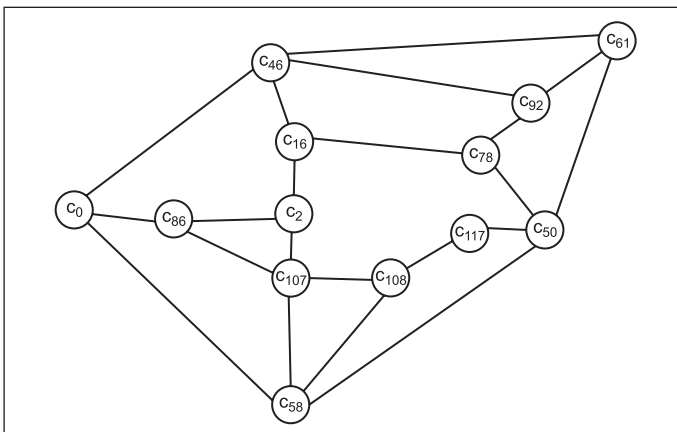


Рис. 8. Граф циклов для топологического рисунка плоской части графа

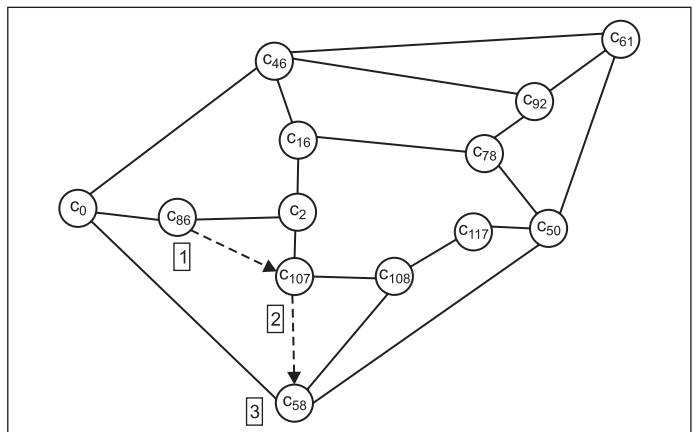


Рис. 9. Выбор минимального пути для соединения (x_{28}, x_{35})

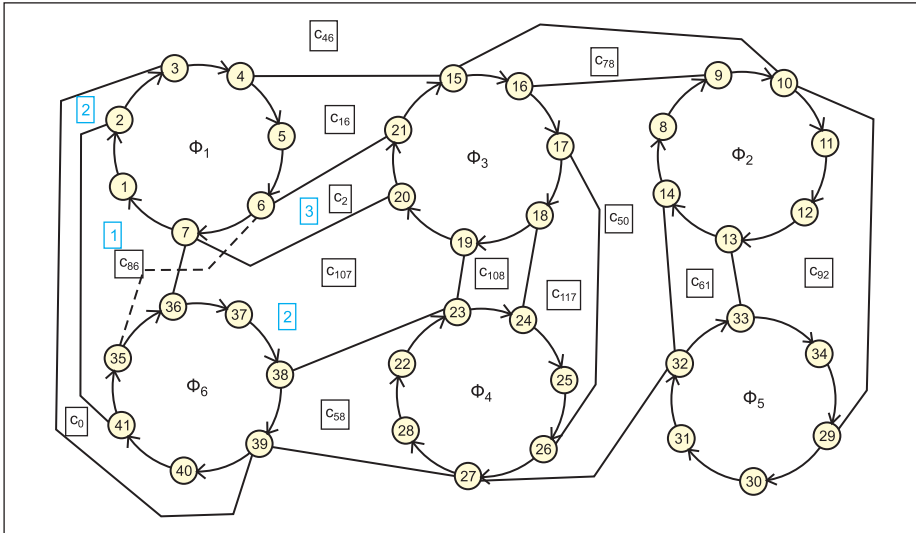


Рис. 10. Проведение соединения (x_6, x_{35})

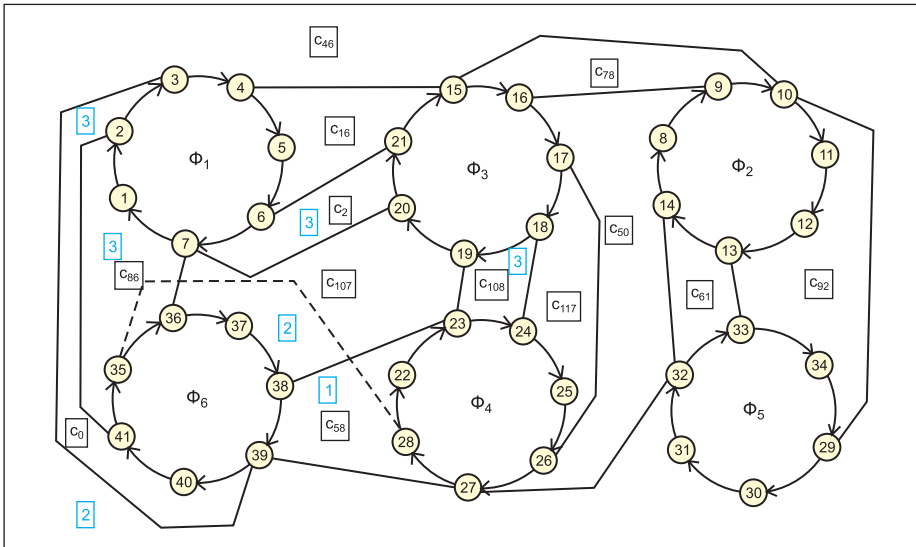


Рис. 11. Проведение соединения (x_{28}, x_{35})

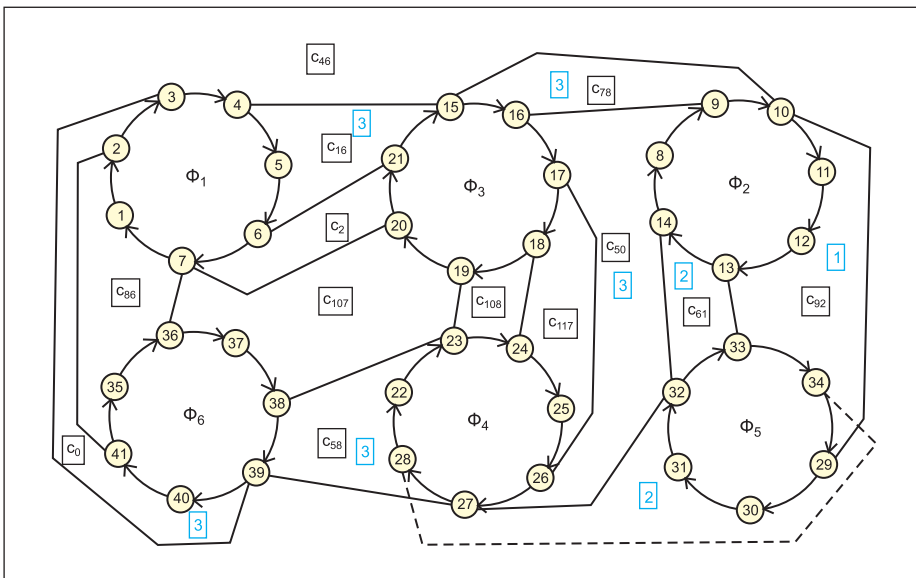


Рис. 12. Проведение соединения (x_{28}, x_{34})

Результаты проведения соединений представлены на рис. 10–13.

Соединения, удаленные в процессе планирования, проводятся по кратчайшему расстоянию алгоритмом поиска в ширину на графе циклов и хранятся как суммарный ориентированный цикл соответствующих граней. Впредь такой ориентированный цикл будем называть обручем.

Например, обруч образуется в результате проведения следующих соединений и может храниться в памяти ЭВМ в виде маршрута, состоящего из циклов:

$$\begin{aligned} \text{соединение } (x_6, x_{35}) &= c_2 \oplus c_{86} \oplus c_{107} = \\ &= \langle x_{21}, x_{20}, x_7, x_6 \rangle + \langle x_{21}, x_7, x_36, x_{35}, x_{41} \rangle + \langle x_{20}, x_{19}, x_{23}, x_{38}, x_{37}, x_{36}, x_7 \rangle = \\ &= \langle x_{21}, x_{20} \rangle + \langle x_{20}, x_7 \rangle + \langle x_7, x_6 \rangle + \langle x_6, x_{21} \rangle + \langle x_2, x_1 \rangle + \langle x_{1,7} \rangle + \\ &+ \langle x_7, x_{36} \rangle + \langle x_{36}, x_{35} \rangle + \langle x_{35}, x_{41} \rangle + \langle x_{41}, x_2 \rangle + \langle x_{20}, x_{19} \rangle + \langle x_{19}, x_{23} \rangle + \\ &+ \langle x_{23}, x_{38} \rangle + \langle x_{38}, x_{37} \rangle + \langle x_{37}, x_{36} \rangle + \langle x_{36}, x_7 \rangle + \langle x_7, x_{20} \rangle + \langle x_{21}, x_{20} \rangle + \\ &+ \langle x_{20}, x_{19} \rangle + \langle x_{19}, x_{23} \rangle + \langle x_{23}, x_{38} \rangle + \langle x_{38}, x_{37} \rangle + \langle x_{37}, x_{36} \rangle + \langle x_{36}, x_{35} \rangle + \\ &+ \langle x_{35}, x_{41} \rangle + \langle x_{41}, x_2 \rangle + \langle x_2, x_1 \rangle + \langle x_1, x_7 \rangle + \langle x_7, x_6 \rangle + \langle x_6, x_{21} \rangle = \\ &= \langle x_{21}, x_{20}, x_{19}, x_{23}, x_{38}, x_{37}, x_{36}, x_{35}, x_{41}, x_2, x_1, x_7, x_6 \rangle; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{соединение } (x_{28}, x_{35}) &= c_{86} \oplus c_{107} \oplus c_{58} = \langle x_2, x_1, x_7, x_{36}, x_{35}, x_{41} \rangle + \\ &+ \langle x_{20}, x_{19}, x_{23}, x_{38}, x_{37}, x_{36}, x_7 \rangle + \langle x_{39}, x_{38}, x_{23}, x_{22}, x_{28}, x_{27} \rangle = \langle x_2, x_1 \rangle + \\ &+ \langle x_1, x_7 \rangle + \langle x_7, x_{36} \rangle + \langle x_{36}, x_{35} \rangle + \langle x_{35}, x_{41} \rangle + \langle x_{41}, x_2 \rangle + \langle x_{20}, x_{19} \rangle + \\ &+ \langle x_{19}, x_{23} \rangle + \langle x_{23}, x_{38} \rangle + \langle x_{38}, x_{37} \rangle + \langle x_{37}, x_{36} \rangle + \langle x_{36}, x_7 \rangle + \langle x_7, x_{20} \rangle + \\ &+ \langle x_{39}, x_{38} \rangle + \langle x_{38}, x_{23} \rangle + \langle x_{23}, x_{22} \rangle + \langle x_{22}, x_{28} \rangle + \langle x_{28}, x_{27} \rangle + \langle x_{27}, x_{39} \rangle = \\ &= \langle x_2, x_1 \rangle + \langle x_1, x_7 \rangle + \langle x_7, x_{20} \rangle + \langle x_{20}, x_{19} \rangle + \langle x_{19}, x_{23} \rangle + \langle x_{23}, x_{22} \rangle + \\ &+ \langle x_{22}, x_{28} \rangle + \langle x_{28}, x_{27} \rangle + \langle x_{27}, x_{39} \rangle + \langle x_{39}, x_{38} \rangle + \langle x_{38}, x_{37} \rangle + \langle x_{37}, x_{36} \rangle + \\ &+ \langle x_{36}, x_{35} \rangle + \langle x_{35}, x_{41} \rangle + \langle x_{41}, x_2 \rangle = \\ &= \langle x_2, x_1, x_7, x_{20}, x_{19}, x_{23}, x_{22}, x_{28}, x_{27}, x_{39}, x_{38}, x_{37}, x_{36}, x_{35}, x_{41} \rangle; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{соединение } (x_{28}, x_{34}) &= c_{58} \oplus c_{46} \oplus c_{92} = \langle x_{39}, x_{38}, x_{23}, x_{22}, x_{28}, x_{27} \rangle + \\ &+ \langle x_{32}, x_{31}, x_{30}, x_{29}, x_{10}, x_{15}, x_{43}, x_{39}, x_{27} \rangle + \langle x_{29}, x_{34}, x_{33}, x_{13}, x_{12}, x_{11}, x_{10} \rangle = \\ &= \langle x_{39}, x_{38} \rangle + \langle x_{38}, x_{23} \rangle + \langle x_{23}, x_{22} \rangle + \langle x_{22}, x_{28} \rangle + \langle x_{28}, x_{27} \rangle + \langle x_{27}, x_{39} \rangle + \\ &+ \langle x_{32}, x_{31} \rangle + \langle x_{31}, x_{30} \rangle + \langle x_{30}, x_{29} \rangle + \langle x_{29}, x_{10} \rangle + \langle x_{10}, x_{15} \rangle + \langle x_{15}, x_{43} \rangle + \\ &+ \langle x_{43}, x_{39} \rangle + \langle x_{39}, x_{27} \rangle + \langle x_{27}, x_{32} \rangle + \langle x_{32}, x_{31} \rangle + \langle x_{31}, x_{30} \rangle + \langle x_{30}, x_{29} \rangle + \langle x_{29}, x_{10} \rangle + \\ &+ \langle x_{10}, x_{15} \rangle + \langle x_{15}, x_{43} \rangle + \langle x_{43}, x_{39} \rangle + \langle x_{39}, x_{27} \rangle + \langle x_{27}, x_{32} \rangle + \langle x_{32}, x_{31} \rangle + \\ &+ \langle x_{31}, x_{30} \rangle + \langle x_{30}, x_{29} \rangle + \langle x_{29}, x_{34} \rangle + \langle x_{34}, x_{33} \rangle + \langle x_{33}, x_{13} \rangle + \langle x_{13}, x_{12} \rangle + \\ &+ \langle x_{12}, x_{11} \rangle + \langle x_{11}, x_{10} \rangle + \langle x_{10}, x_{15} \rangle + \langle x_{15}, x_{43} \rangle + \langle x_{43}, x_{39} \rangle + \langle x_{39}, x_{27} \rangle = \\ &= \langle x_{39}, x_{38}, x_{23}, x_{22}, x_{28}, x_{27}, x_{32}, x_{31}, x_{30}, x_{29}, x_{34}, x_{33}, x_{13}, x_{12}, x_{11}, x_{10}, x_{15}, x_{43} \rangle; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{соединение } (x_8, x_{21}) &= c_{16} \oplus c_{46} \oplus c_{78} \oplus c_{50} = \langle x_6, x_5, x_4, x_{15}, x_{21} \rangle + \\ &+ \langle x_{32}, x_{31}, x_{30}, x_{29}, x_{10}, x_{15}, x_{43}, x_{39}, x_{27} \rangle + \langle x_{16}, x_{15}, x_{10}, x_9 \rangle + \\ &+ \langle x_{27}, x_{26}, x_{17}, x_{16}, x_{9}, x_8, x_{14}, x_{32} \rangle = \langle x_6, x_5 \rangle + \langle x_5, x_4 \rangle + \langle x_4, x_{15} \rangle + \\ &+ \langle x_{15}, x_{21} \rangle + \langle x_{21}, x_6 \rangle + \langle x_{32}, x_{31} \rangle + \langle x_{31}, x_{30} \rangle + \langle x_{30}, x_{29} \rangle + \langle x_{29}, x_{10} \rangle + \\ &+ \langle x_{10}, x_{15} \rangle + \langle x_{15}, x_{43} \rangle + \langle x_{43}, x_{39} \rangle + \langle x_{39}, x_{27} \rangle + \langle x_{27}, x_{32} \rangle + \\ &+ \langle x_{32}, x_{31} \rangle + \langle x_{31}, x_{30} \rangle + \langle x_{30}, x_{29} \rangle + \langle x_{29}, x_{16} \rangle + \langle x_{16}, x_{15} \rangle + \langle x_{15}, x_{10} \rangle + \\ &+ \langle x_{10}, x_9 \rangle + \langle x_9, x_{16} \rangle + \langle x_{16}, x_{26} \rangle + \langle x_{26}, x_{17} \rangle + \\ &+ \langle x_{17}, x_{16} \rangle + \langle x_{16}, x_{9} \rangle + \langle x_9, x_8 \rangle + \langle x_8, x_{14} \rangle + \langle x_{14}, x_{32} \rangle + \langle x_{32}, x_{27} \rangle = \\ &= \langle x_6, x_5 \rangle + \langle x_5, x_4 \rangle + \langle x_4, x_3 \rangle + \langle x_3, x_{39} \rangle + \langle x_{39}, x_{27} \rangle + \langle x_{27}, x_{32} \rangle + \\ &+ \langle x_{32}, x_{31} \rangle + \langle x_{31}, x_{30} \rangle + \langle x_{30}, x_{29} \rangle + \langle x_{29}, x_{10} \rangle + \langle x_{10}, x_9 \rangle + \langle x_9, x_8 \rangle + \\ &+ \langle x_8, x_{14} \rangle + \langle x_{14}, x_{32} \rangle + \langle x_{32}, x_{27} \rangle + \langle x_{27}, x_{26} \rangle + \langle x_{26}, x_{17} \rangle + \langle x_{17}, x_{16} \rangle + \\ &+ \langle x_{16}, x_{15} \rangle + \langle x_{15}, x_{21} \rangle + \langle x_{21}, x_6 \rangle = \\ &= \langle x_6, x_5, x_4, x_3, x_{39}, x_{27}, x_{32}, x_{31}, x_{30}, x_{29}, x_{10}, x_9, x_8, x_{14}, x_{32}, x_{27}, x_{26}, x_{17}, x_{16}, x_{15}, x_{21} \rangle. \end{aligned}$$

Если предыдущее проведение соединений и построение обруча для каждого соединения осуществлялось как сложение ориентированных ребер с удалением разнонаправленных ребер, то последнее соединение носит специфический характер.

Данное соединение характеризуется минимальным маршрутом $c_{16} \oplus c_{46} \oplus c_{78} \oplus c_{50}$ в выбранной последовательности. В начале определяется ребро (x_4, x_{15}) , как пересечение циклов c_{16} и c_{46} . Далее следует определение ребра (x_{10}, x_{15}) , как пересечения циклов c_{46} и c_{78} . И наконец, определяется ребро (x_6, x_{16}) , как пересечение циклов c_{78} и c_{50} . Данные ребра должны быть исключены из формирования контура обруча (они выделены на рис. 14 пунктирной линией). Поскольку ребро (x_{27}, x_{32}) , выделенное в результате пересечения циклов c_{46} и c_{50} , не относится к выделенному маршруту, то ориентированные ребра $\langle x_{27}, x_{32} \rangle$ и $\langle x_{32}, x_{27} \rangle$ не могут быть исключены из процесса образования обруча.

$q_1 = \text{соединение } (x_6, x_{35}) = c_2 \oplus c_{86} \oplus c_{107} = \langle x_{21}, x_{20}, x_{19}, x_{23}, x_{38}, x_{37}, x_{36}, x_{35}, x_{41}, x_2, x_1, x_7, x_6 \rangle;$
 $q_2 = \text{соединение } (x_{28}, x_{35}) = c_{86} \oplus c_{107} \oplus c_{58} = \langle x_2, x_1, x_7, x_{20}, x_{19}, x_{23}, x_{22}, x_{28}, x_{27}, x_{39}, x_{38}, x_{37}, x_{36}, x_{35}, x_{41} \rangle;$
 $q_3 = \text{соединение } (x_{28}, x_{34}) = c_{58} \oplus c_{46} \oplus c_{92} = \langle x_{39}, x_{38}, x_{23}, x_{22}, x_{28}, x_{27}, x_{32}, x_{31}, x_{30}, x_{29}, x_{34}, x_{33}, x_{12}, x_{11}, x_{10}, x_{15}, x_4, x_3 \rangle;$
 $q_4 = \text{соединение } (x_8, x_{21}) = c_{16} \oplus c_{46} \oplus c_{78} \oplus c_{50} = \langle x_6, x_5, x_4, x_3, x_{39}, x_{27}, x_{32}, x_{31}, x_{30}, x_{29}, x_{10}, x_9, x_8, x_{14}, x_{32}, x_{27}, x_{26}, x_{17}, x_{16}, x_{15}, x_{21} \rangle;$
 $q_5 = \text{соединение } (x_{12}, x_{25}) = c_{117} \oplus c_{61} \oplus c_{92} = \langle x_{18}, x_{17}, x_{16}, x_9, x_8, x_{14}, x_{13}, x_{12}, x_{11}, x_{10}, x_{29}, x_{34}, x_{33}, x_{32}, x_{27}, x_{26}, x_{25}, x_{24} \rangle;$
 $q_6 = \text{соединение } (x_{25}, x_{40}) = c_9 \oplus c_{46} \oplus c_{50} \oplus c_{117} = \langle x_{11}, x_{40}, x_{39}, x_{27}, x_{26}, x_{25}, x_{24}, x_{18}, x_{17}, x_{16}, x_9, x_8, x_{14}, x_{32}, x_{31}, x_{30}, x_{29}, x_{10}, x_{15}, x_4, x_3, x_2 \rangle;$
 $q_7 = \text{соединение } (x_7, x_{16}) = c_{46} \oplus c_9 \oplus c_{78} = \langle x_{32}, x_{31}, x_{10}, x_{29}, x_{10}, x_9, x_{16}, x_{15}, x_4, x_3, x_2, x_{11}, x_{10}, x_{39}, x_{27} \rangle;$
 $q_8 = \text{соединение } (x_{22}, x_{11}) = c_{16} \oplus c_2 \oplus c_{107} \oplus c_{58} = \langle x_6, x_5, x_4, x_3, x_{21}, x_{20}, x_{19}, x_{23}, x_{22}, x_{28}, x_{27}, x_{39}, x_{38}, x_{37}, x_{36}, x_7 \rangle;$
 $q_9 = \text{соединение } (x_{23}, x_{30}) = c_{58} \oplus c_{46} = \langle x_{39}, x_{38}, x_{23}, x_{22}, x_{28}, x_{27}, x_{32}, x_{31}, x_{30}, x_{29}, x_{10}, x_{15}, x_4, x_3 \rangle;$
 $q_{10} = \text{соединение } (x_{11}, x_{18}) = c_{92} \oplus c_{61} \oplus c_{50} \oplus c_{117} = \langle x_{29}, x_{34}, x_{33}, x_{32}, x_{27}, x_{26}, x_{25}, x_{24}, x_{18}, x_{17}, x_{16}, x_9, x_8, x_{14}, x_{13}, x_{12}, x_{11}, x_{10} \rangle;$
 $q_{11} = \text{соединение } (x_1, x_{17}) = c_{86} \oplus c_{107} \oplus c_{108} \oplus c_{117} = \langle x_2, x_1, x_7, x_{20}, x_{19}, x_{18}, x_{17}, x_{26}, x_{25}, x_{24}, x_{23}, x_{38}, x_{37}, x_{36}, x_{35}, x_{41} \rangle$
 или $c_{86} \oplus c_{46} \oplus c_9 \oplus c_{78} \oplus c_{50} = \langle x_{22}, x_1, x_7, x_{36}, x_{35}, x_{41}, x_{40}, x_{39}, x_{27}, x_{27}, x_{32}, x_{31}, x_{30}, x_{29}, x_{10}, x_9, x_8, x_{14}, x_{32}, x_{27}, x_{26}, x_{17}, x_{16}, x_{15}, x_4, x_3 \rangle;$
 $q_{12} = \text{соединение } (x_2, x_{31}) = c_{46} \oplus c_{50} = \langle x_{32}, x_{31}, x_{30}, x_{29}, x_{10}, x_{15}, x_4, x_3, x_{39}, x_{27}, x_{26}, x_{17}, x_{16}, x_9, x_8, x_{14} \rangle;$
 $q_{13} = \text{соединение } (x_3, x_{37}) = c_{16} \oplus c_2 \oplus c_{107} = \langle x_6, x_5, x_4, x_3, x_{21}, x_{20}, x_{19}, x_{23}, x_{38}, x_{37}, x_{36}, x_7 \rangle;$
 $q_{14} = \text{соединение } (x_5, x_{13}) = c_{16} \oplus c_{46} \oplus c_{92} = \langle x_6, x_5, x_4, x_3, x_{39}, x_{27}, x_{32}, x_{31}, x_{30}, x_{29}, x_{34}, x_{33}, x_{12}, x_{11}, x_{10}, x_{15}, x_2 \rangle.$

Алгоритм проведения соединений, удаленных в процессе планаризации

Опишем алгоритм проведения соединений, удаленных при планаризации:

- Шаг 0. [Инициализация.] Выделено подмножество единичных циклов, характеризующее плоскую часть графа, и произведено назначение элементов по последочным местам с учетом их ориентации.
- Шаг 1. [Построение клик цепей.] Строим клики для каждой цепи и каждому ребру

в данном подграфе ставим в соответствие вес, равный расстоянию между двумя конечными вершинами.

- Шаг 2. [Построение минимального дерева.] Алгоритмом Прима строим минимальное дерево для каждой электрической цепи. Множество деревьев опишем как $D\{d_{s1}, d_{s2}, \dots, d_{sz}\}$, где s_i — номер цепи $1 < i \leq z$, где z — количество цепей в принципиальной электрической схеме. Относительно выбранного дерева определяем номера полюсов соединений, удаленных в процессе планаризации.

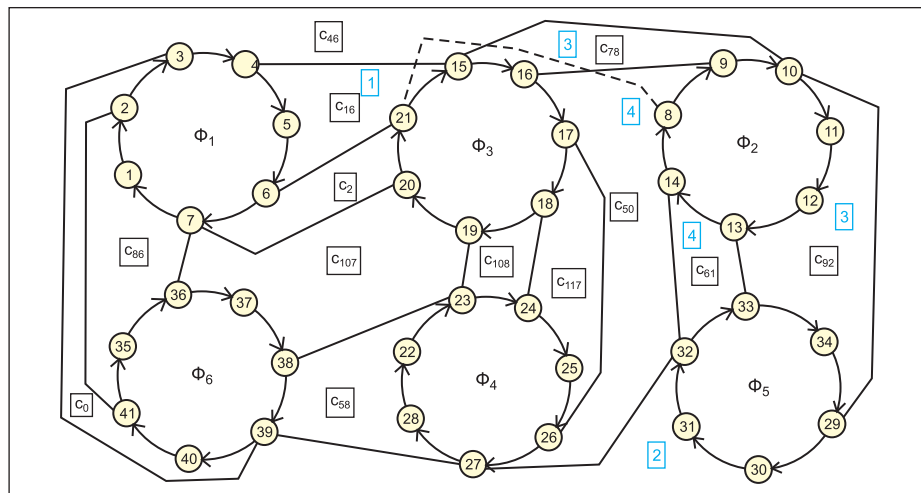


Рис. 13. Проведение соединения (x_8, x_{21})

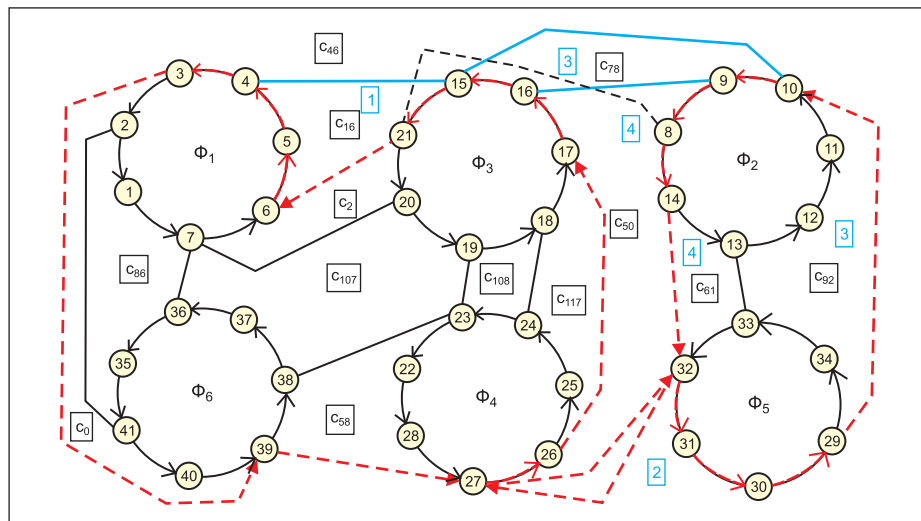


Рис. 14. Контур обруча $c_{16} \oplus c_{46} \oplus c_{78} \oplus c_{50}$

- Шаг 3. [Построение обруча для соединения.] Строим граф циклов и алгоритмом поиска в ширину, выбирая минимальный маршрут, строим последовательность циклов для проведения соединений. На основании выделенной последовательности циклов строим обруч для каждого соединения. Множество обручей будем описывать как $Q\{q_1, q_2, \dots, q_n\}$, где n количество соединений, удаленных в процессе планаризации. Конец работы алгоритма.

В нашем примере обручи соединений имеют вид (см. слева).

Выводы

В данной работе представлен алгоритм проведения и описания соединений, удаленных в процессе планаризации. Завершением работы алгоритма является получение направленной последовательности единичных циклов в виде обруча для каждого соединения. На рисунках продемонстрировано проведение соединений (рис. 10–13).

Естественно, что данная процедура является промежуточной. Она определяет пересечение удаленных в процессе планаризации соединений с линиями плоской части графа. Но она не может определить пересечение удаленных линий между собой.

Многовариантность построения множества плоских частей графа позволяет осуществить построение множества размещений элементов с различной их ориентацией. Так как имеется множество различных деревьев, можно выбрать оптимальное множество обручей относительно выбранной плоской части графа и размещения элементов.

Литература

1. Деньдобренко Б. Н. Автоматизация конструирования РЭА / Б. Н. Деньдобренко, А. С. Малика. М.: Высшая школа, 1980.
2. Зыков А. А. Теория конечных графов. Новосибирск: ГРФМЛ, 1969.
3. Зыков А. А. Основы теории графов. М.: Наука, ГРФМЛ, 1987.
4. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. М.: Мир, 1978.
5. Курапов С. В., Толук А. В. Методы построения топологического рисунка графа // Автоматика и телемеханика. 2013. № 9.
6. Курапов С. В., Давидовский М. В. Два подхода к проведению соединений в плоских конструктивах // Компоненты и технологии. 2015. № 7.
7. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Дер Н. Комбинаторные алгоритмы, теория и практика. М.: Мир, 1980.
8. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы / Пер. с англ. М.: Мир, 1984.
9. Харари Ф. Теория графов / Пер. с англ. Козырева В. П. / Под ред. Гаврилова В. Г. М.: Мир, 1973.
10. Хопкрофт Дж. Е., Тарьян Р. Е. Изоморфизм планарных графов // В кн.: Кибернетический сборник. Новая серия. Вып. 12. 1975.