

# Измерение коэффициента мощности и гармонического состава переменного тока

Александр МАХЛИН

В статье затрагиваются вопросы передачи энергии в системах с несинусоидальными токами. Средняя мощность, среднеквадратичные значения тока и напряжения, коэффициент мощности выражаются в терминах рядов Фурье. В заключительной части приводится электрическая схема, с помощью которой можно быстро и просто оценить гармонический состав тока и коэффициент мощности.

## Теоретический анализ

Рассмотрим передачу энергии от источника к нагрузке через сечение  $S$ , как показано на рис. 1.

В такой сети форма напряжения  $v(t)$  (не обязательно синусоидальная) задается источником, а форма тока  $i(t)$  определяется реакцией нагрузки. В более общем случае, ког-

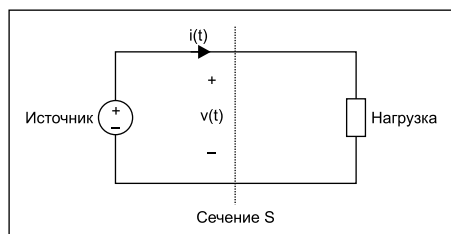


Рис. 1. Передача энергии от источника к нагрузке

да импеданс источника весьма значителен, как  $v(t)$ , так и  $i(t)$  зависят от характеристик нагрузки.

Если  $v(t)$  и  $i(t)$  являются периодическими величинами, то их можно выразить через ряды Фурье:

$$v(t) = V_0 + \sum_{n=1} V_n \cos(n\omega t - \varphi_n),$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1} I_n \cos(n\omega t - \theta_n). \quad (1)$$

Здесь период колебаний сетевого напряжения определяется как  $T = 2\pi/\omega$ . В общем случае мгновенная мощность  $p(t) = v(t) \times i(t)$  может принимать как положительные, так и отрицательные значения в разных точках в течение периода. Таким образом, энергия течет в обоих направлениях между источником и нагрузкой. Важно определить энергию,

передаваемую в нагрузку в течение одного периода:

$$W_{\text{период}} = \int_0^T v(t) \times i(t) dt. \quad (2)$$

Это выражение определяет среднюю мощность через период:

$$P_{\text{среднее}} = \frac{W_{\text{период}}}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \times i(t) dt. \quad (3)$$

Исследуем зависимость между гармоническим составом тока и напряжения и средней мощностью. Подставим ряды Фурье (1) в формулу (3):

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \left( V_0 + \sum_{n=1} V_n \cos(n\omega t - \varphi) \right) \times \left( I_0 + \sum_{n=1} I_n \cos(n\omega t - \theta) \right) dt. \quad (4)$$

Чтобы оценить этот интеграл, необходимо перемножить бесконечные ряды. Можно показать, что произведения членов ряда на разных частотах равны 0, в то время как произведения токов и напряжений на одинаковых частотах равны:

$$\frac{V_n I_n}{2} \cos(\varphi_n - \theta_n).$$

Средняя мощность, таким образом, будет равна:

$$P = V_0 I_0 + \sum_{n=1} \frac{V_n I_n}{2} \cos(\varphi_n - \theta_n). \quad (5)$$

Согласно полученной формуле полезная мощность в нагрузку передается только в том случае, если в рядах тока и напряже-

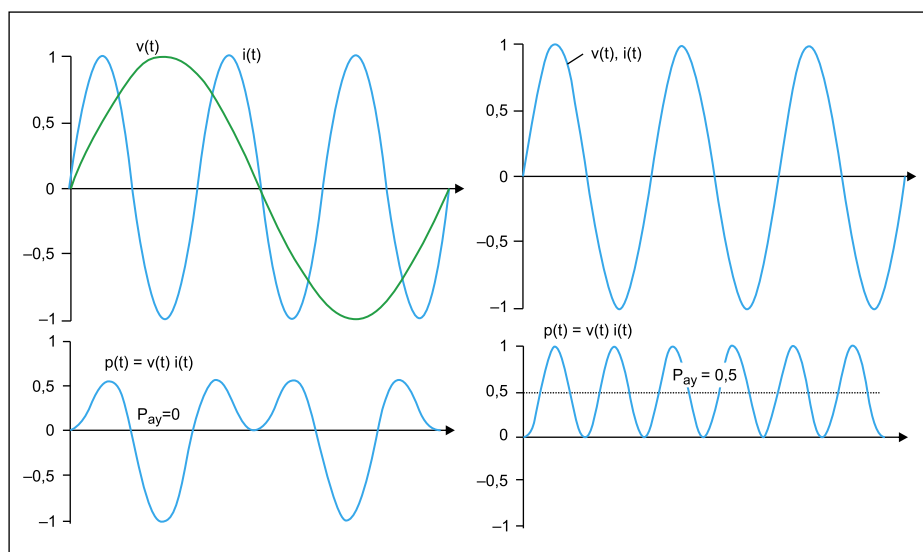


Рис. 2. Мгновенная мощность при различных и одинаковых значениях частоты тока и напряжения

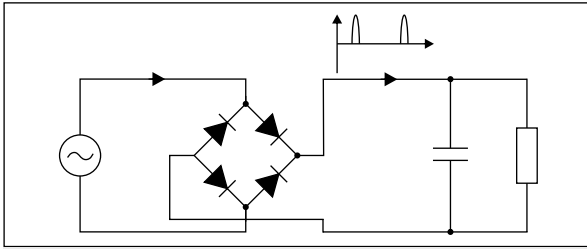


Рис. 3. Схема выпрямителя

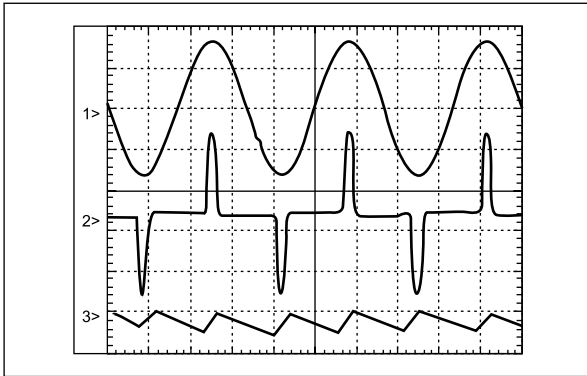
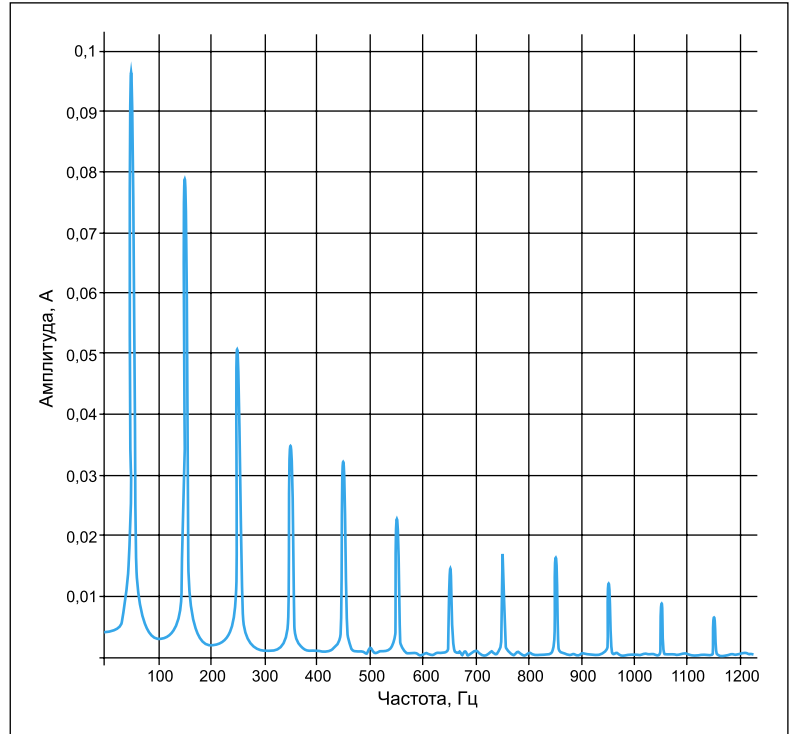
Рис. 4. Токи и напряжения в выпрямителе:  
1 — входное напряжение; 2 — входной ток; 3 — выходное напряжение

Рис. 5. Гармонический состав входного тока выпрямителя

ния присутствуют гармоники одной частоты. На рис. 2 приведены наглядные примеры расчета мгновенной мощности и эффективность передачи энергии к нагрузке.

В первом случае напряжение и ток содержат различные гармоники. Показанный график мгновенной мощности принимает как положительные, так и отрицательные значения: сначала энергия передается в нагрузку, а затем возвращается снова в сеть. Интеграл этой мощности за период оказывается равным нулю, так как количество энергии, переданной в обоих направлениях, равно. Следовательно, мощность, протекающая в такой сети, является чисто реактивной, и полезная работа в нагрузке не совершается.

Во втором случае ток и напряжения содержат одну и ту же гармонику и находятся в фазе. Мгновенная мощность принимает только положительные и нулевые значения, ее интеграл строго больше нуля, следовательно, вся энергия расходуется в нагрузке, и мощность является чисто активной. Таким образом, реактивная мощность в сетях переменного тока порождается не только сдвигом фаз, но и различием в гармоническом составе тока и напряжения.

### Реальная схема выпрямителя

Рассмотрим теперь физические процессы, происходящие в обычном мостовом выпрямителе с конденсатором большой емкости и нагрузкой (рис. 3).

Несмотря на то, что выпрямитель является чуть ли не самым простым элементом схемы блока питания, физические процессы, про-

исходящие в его нелинейных элементах — диодах, требуют пояснений. На рис. 4 показаны графики тока и напряжения, которые потребляет от сети обычный нагруженный выпрямитель с конденсатором значительной емкости. В данном случае входное напряжение было 220 В, использовался электролитический конденсатор 47 мкФ и нагрузочный резистор 6 кОм.

В такой схеме ток (2) от сети потребляет короткими импульсами в моменты, когда мгновенное значение напряжения (1) в питающей сети максимально. В остальное время нагрузка питается напряжением, запасенным в конденсаторе (3), и напряжение на нем постепенно падает, пока мгновенное значение сетевого напряжения не превысит напряжение, оставшееся на конденсаторе. В этот момент открываются диоды выпрямительного моста и происходит короткий бросок тока подзарядки. Именно этот режим работы выпрямителя и порождает нежелательную реактивную мощность, которая, не выполняя полезной работы, разогревает питающие сети.

Как известно, импульсные сигналы имеют в своем спектре бесконечное число гармоник. Однако большей их частью можно пренебречь, поскольку амплитуда их слишком мала. В то же время третья и пятая гармоники тока в такой схеме имеют амплитуду, сравнимую с амплитудой главной гармоники (50 Гц). Спектр тока в выпрямителе показан на рис. 5.

Как уже было показано выше, в данном случае энергия в нагрузку передается только на основной гармонике 50 Гц (на той, которая присутствует в форме питающего напряжения), а остальные лишь создают реак-

тивную мощность, которая работы не совершает. В частности, большое значение имеют 3-я, 5-я и 7-я гармоники. Для того чтобы оценивать работу источника питания в сетях переменного тока, вводят так называемый коэффициент мощности, который определяется как отношение активной мощности к полной. Полная мощность является суммой активной и реактивной мощности. Хотя в этом случае полной мощностью называется произведение среднеквадратических значений тока и напряжения, измеренных в сети с данной нагрузкой. Поэтому имеет смысл напомнить математические определения коэффициента мощности и среднеквадратического значения тока в терминах рядов Фурье.

### Среднеквадратичные значения и коэффициент мощности

Среднеквадратичное значение (rms) периодической волны  $v(t)$  с периодом  $T$  выражается следующей формулой:

$$V_{rms}(t) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}. \quad (6)$$

Эту формулу можно переписать в терминах рядов Фурье. Подстановка уравнения (1) в уравнение (6) и упрощение дают:

$$V_{rms}(t) = \sqrt{V_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_n^2}{2}},$$

$$I_{rms}(t) = \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n^2}{2}}. \quad (7)$$

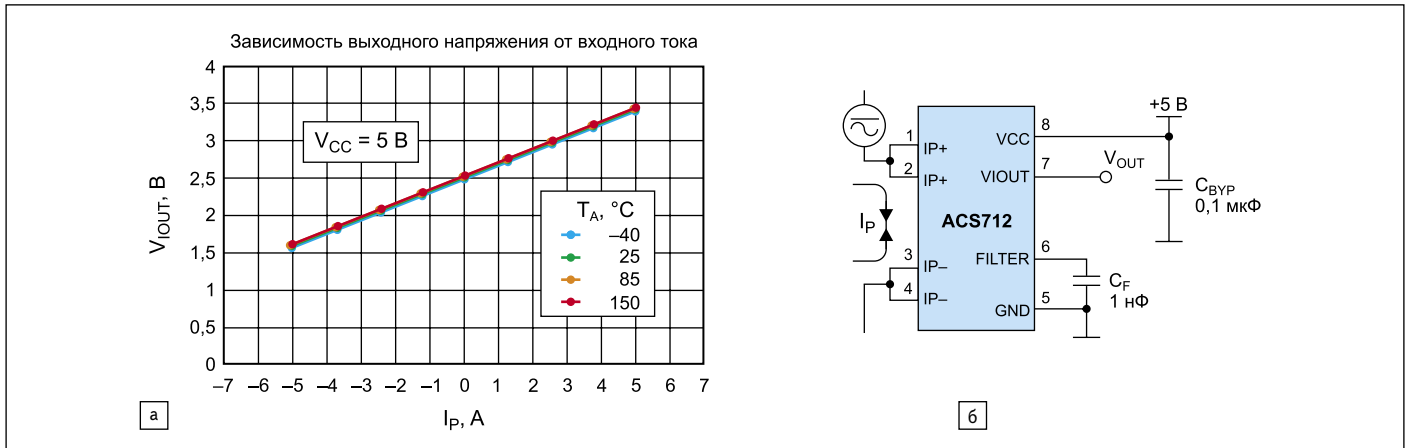


Рис. 6. Микросхема ACS712: а) передаточная характеристика; б) схема включения

Анализ выражений (7) позволяет сделать вывод о том, что наличие гармоник в токе или напряжении всегда увеличивает его среднеквадратичное значение. А энергия к нагрузке переносится только на тех гармониках, которые присутствуют в обоих рядах. Поэтому измерение среднеквадратичных величин напряжения и тока и расчет на их основе мощности потребления ( $V \cdot A$ ) позволяют получить полное значение мощности (активная + реактивная).

Таким образом, коэффициентом мощности (8) называется величина, которая показывает, насколько эффективно передается энергия к нагрузке. Или, другими словами, какая часть энергии, приходящей из сети, используется по назначению, а какая тратится лишь на разогрев проводов.

$$P_{factor} = P_{av} / (V_{rms} \times I_{rms}). \quad (8)$$

В зависимости от типа нагрузки эффективность может быть выражена как сдвигом фаз между током и напряжением ( $\cos\phi$ ), так и отношением мощности основной гармоники тока к суммарной мощности всех остальных гармоник. В первом случае для повышения коэффици-

ента мощности применяется корректирующий конденсатор, а во втором — LC-фильтр или активный корректор мощности. Чтобы оценить коэффициент мощности, нужен спектральный анализатор тока.

### Измерение величин гармоник тока

Рассмотрим практический опыт работы с устройством, в состав которого входит выпрямитель (нагрузка 15 Вт, емкость 47 мкФ) и разработанный автором корректор коэффициента мощности, описание которого выходит за рамки этой статьи. Необходимо оценить качество работы корректора. Для оценки коэффициента мощности и гармонического состава тока, потребляемого устройством, применяются сложные и дорогостоящие приборы. Специальные электротехнические лаборатории встречаются не на каждом шагу, а также взимают немалую плату за анализ стороннего устройства. Включать осциллограф в сеть переменного тока тоже не совсем удобно. Поэтому было бы хорошо иметь подобное оборудование на своем рабочем месте, на это не потребуются значительных средств. Для этого предлагается использовать обычный цифровой осциллограф с функцией преобразования Фурье и приставку к нему.

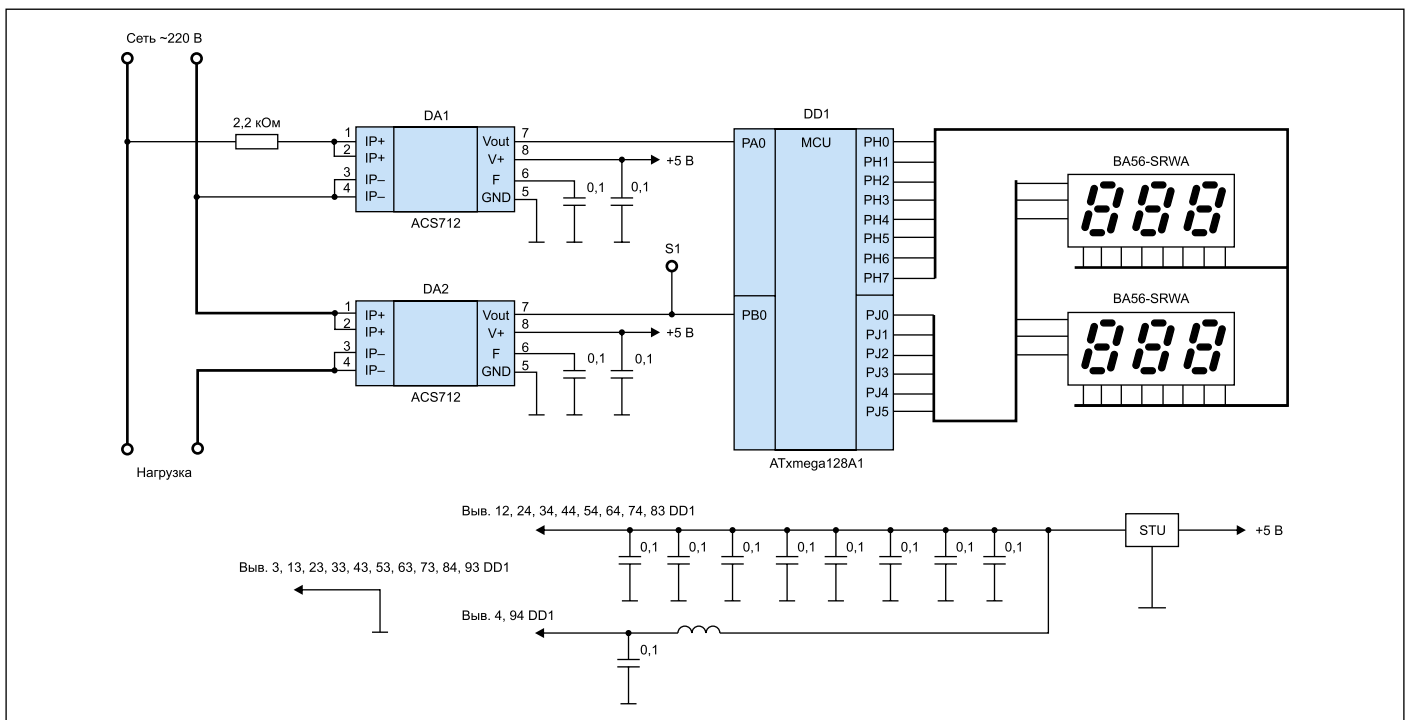


Рис. 7. Пример применения микросхемы ACS712

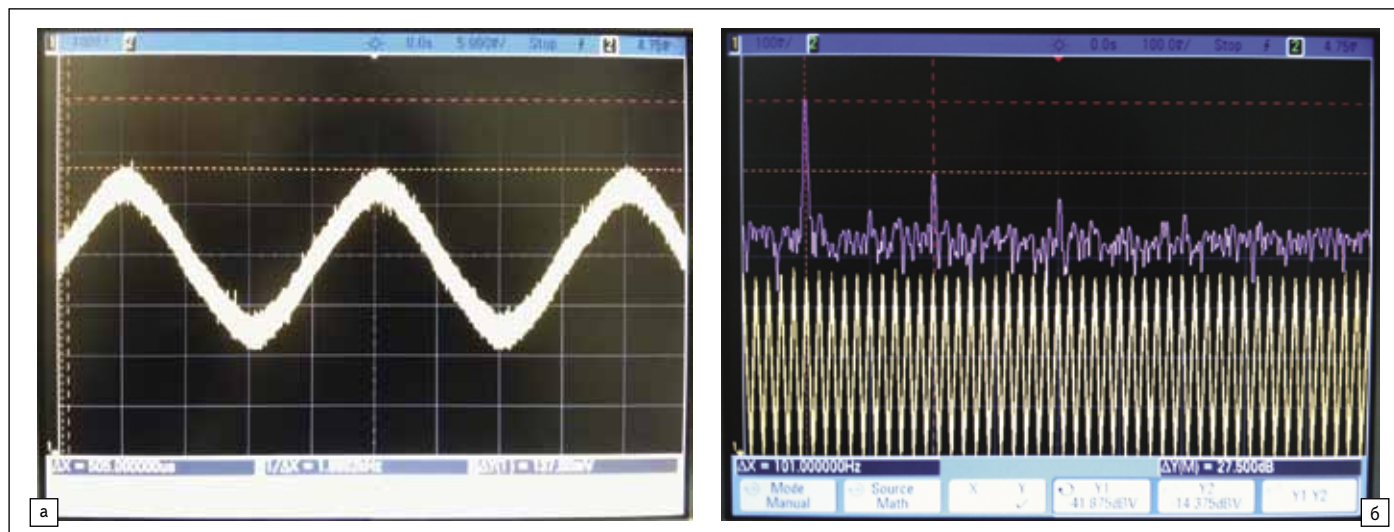


Рис. 8. Результаты тестирования: а) входной ток; б) гармонический состав тока

Приставка состоит из микроконтроллера, дисплея и микросхемы ACS712 фирмы Allegro Microsystems. Основная функция микросхемы — это изоляция (до 2 кВ) измерительного оборудования от сети переменного тока. Микросхема содержит медный проводник, датчик Холла и некую электронную схему в одном корпусе SO-8. Медный проводник включается последовательно с проверяемым устройством. Датчик Холла регистрирует протекающий по проводнику ток. Выходным сигналом микросхемы служит напряжение от 1,5 до 3,5 В. При этом 1,5 В соответствует току  $-5$  А, 2,5 В — току 0 А, а 3,5 В — току  $+5$  А, согласно графику на рис. 6а. ACS712 обеспечивает гальваническую развязку силовой и измерительной цепей, поэтому для регистрации тока можно смело подключать осциллограф к выходу микросхемы. Более того, возможности микросхемы позволяют регистрировать ток частотой до 80 кГц. Существуют модификации с расширенными границами тока — 20 и 30 А. Схема включения микросхемы показана на рис. 6б.

На основе ACS712 и микроконтроллера ATmega можно собрать устройство, ко-

торое измеряет величину активной мощности и коэффициент мощности. На схеме (рис. 7) указано подключение питающей сети и нагрузки. Микросхема DA1 имеет на выходе напряжение, которое пропорционально сетевому. Это напряжение поступает на первый АЦП в микроконтроллере. На второй АЦП поступает сигнал с микросхемы DA2, пропорциональный току, потребляемому нагрузкой. Несколько раз за период сетевого напряжения микроконтроллер производит произведения мгновенных значений тока и напряжения, а затем интегрирует полученные произведения в течение периода, согласно формуле (3). Результат выводится на верхний дисплей. Коэффициент мощности рассчитывается согласно формулам (7) и (8) и выводится на нижний дисплей. Также в точке S1 можно подключить осциллограф и посмотреть гармонический состав тока, используя функцию анализатора спектра, которую имеет осциллограф. Дисплей и микроконтроллер можно подключать по усмотрению разработчика. Автор применил светодиодные дисплеи BA56-SRWA, но подойдут и жидкокристаллические.

Если нет возможности запрограммировать микроконтроллер, то можно воспользоваться только аналоговой частью приставки (микросхемы DA1, DA2) и осциллографом с функцией анализа спектра для расчета коэффициента мощности. С помощью этой приставки были проведены измерения величины гармоник тока устройства с выпрямителем и корректором коэффициента мощности. На рис. 8а изображен ток устройства, а на рис. 8б — спектральная характеристика этого тока. Полученные результаты позволяют судить о качестве схемы: как видно на рис. 8б, разница в амплитуде 1-й и 3-й гармоники составляет 24 дБ, или одна больше другой в 8 раз. Этот результат заметно лучше, чем тот, который приведен на рис. 5. Необходимо учесть, что осциллограф в данном примере показывает амплитуду по логарифмической шкале, а на рис. 5 приведена линейная амплитуда. Коэффициент мощности, таким образом, будет равен отношению величины первой гармоники (полезная или активная мощность) к сумме первой, третьей и пятой гармоник (полная мощность). Пользуясь простыми правилами арифметики, находим, что для данного устройства  $k = 1/1,125 = 0,88$ . ■